II-79　　貯水池計画のための渇水時流況の確率的設定

名古屋工業大学　学生員　依田　真
同　　上　正　員　長尾正志

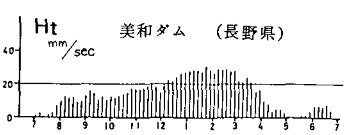
1.　研究の目的と概要

最近、利水用貯水池の機能評価に関して、いわゆるstochastic reservoir theory の手法から、理論解析が可能になりつつある。しかし、その算出には、流量時系列特性、とくに渇水時の確率分布特性・自己相関特性、が前提となる。そこで、本研究は、その合理的設定を考察の主目標とした。具体的には、渇水期の年間での設定、その期間内の流量時系列の離散的理論分布としての表現、さらに、渇水順位を勘案した上での渇水確率に相応する流量系列の諸特性の推定として議論する。

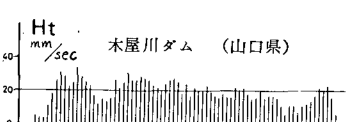
2.　渇水期間の設定と渇水時流況の特性

2.1　渇水時流況の把え方　　いま自然流況にのみ着目して、渇水状態を把えようとすると、まずその期間を指定する必要がある。これは厳密には、年ごとに相違するであろうが、たとえば季節分割などと同様に、年内における相対的な水不足期間長と理解することができる。　i) 年間移動平均流況　周知のように、流量系列には年周期が卓越するから、これを消去して、相対的水不足期(量)を求めよう。すなわち、観測流量が日ごとであれば、当該日を中心とした365日移動平均として年周期を除去した流量系列 $\tilde{Q}_t$ と日流量系列 q_t との相対関係をみればよい。したがって、その移動平均からみた相対不足量は、$\tilde{Q}_t - q_t$ であるが、このままではなお変動が激しく全般的傾向が把握し難いため、q_t を、さらに渇水期に特有な周期(たとえば冬期の三寒四温で象徴される7日周期)で移動平均して平滑化しておく。ここでは計算の便宜上5日移動平均を施した流量系列を Q_t とし $\tilde{Q}_t - Q_t = D_t$ を相対不足量とする。つまり $D_t > 0$ の連続する期間が年内での相対的不足期である。　ii) 経年平均渇水流況　以上は単年の議論で、これを記録年数の全てにわたって平均化すれば、平均的な水不足流況が推定でき、それに基づき渇水期間を設定することができる。なお、その際危険側を考慮して、D_tが正値をとる場合のみを加算し、負値は零とみなして、平均した。これを以後、経年平均渇水流況 H_t と呼ぶ。すなわち、経年平均的な水不足の様相は $H_t \sim t$ 曲線として表現されることになり、H_tの値がある基準渇水量H_0を超過すれば、渇水被害が深刻化するとみてよいであろう。

2.2　気候区分と渇水時流況　　以上の計算を、わが国の幾つかの気候区分を考えた多目的ダム流域で行なった例を図－1，2に示す。なお、相対不足量 H_t は、貯水池間の比較が可能なように、流量単位(m^3/s)を各貯水池の集水面積で除して、単位面積当りの流入高(mm/s)で表示した。図－1の東海地方では冬期渇水が卓越するが、図－2のような瀬戸内では夏期渇水が発生しやすいことが了解されよう。さらに、表－1には、冬期では$H_0 = 20\ mm/s$、夏期では$15\ mm/s$に採った時の、渇水期間の例を示す。



図－1



図－2

表－1

	冬　期	夏　期
相俣ダム	12/1-3/20	——
美和ダム	12/1-3/20	——
柳瀬ダム	11/1-2/28	5/10-9/10
木屋川ダム	10/1-1/31	5/20-9/10

3.　渇水時流況の定式化と確率的表現

さて、上述のようにして相対的ではあるが水不足期間が判明したので、これを平均的にみた年間の渇水期間と考え、その渇水の出現確率とその間の流量系列特性とを対応づけてみよう。なお、H_0は$20\ mm/s$として、経年平均渇水流況がH_0以上となる期間を渇水期とみて、その間の流量資料を統計処理している。

3.1　渇水時流量分布の離散的表現　　貯水池理論の定式化には、貯水量の状態遷移に関連して、流量分布の離散的表現が必要である。そこで、連続的変量とみた流量の確率分布を、常時確保流量Aと単位化流量Bで以下のようにして離散化する。すなわち、離散化後の代表流量値i ($i = 0, 1, 2, 3 \cdots$)は、それを中央値としてそれより$\pm B/2$の範囲にある量とするが、とくに$i = 0$はA以上で$A + B/2$未満の領域の量を代表させる。つぎ

に、離散化後の平均m、分散σ^2ともとの連続量としての平均m_o、分散σ_o^2の関係は次式のようで、また、その自己相関係数は変わらない。　$m = (m_o - A)/B$，　$\sigma^2 = \sigma_o^2 / B^2$　　(1)

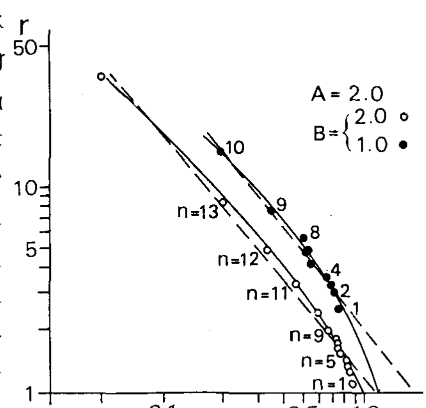
3.2　離散経験分布への二項分布のあてはめ　上述のようにして求められた離散経験分布に適切な理論分布型を採用すれば、理論解析はかなり容易になる。従来の研究から、これには正または負の二項分布が有効であることが知られているので、ここでは、正の二項分布による適合として説明する。この分布の主要な分布特性および統計量は以下のようである。ただし、$i, j = 0, 1, 2, \cdots, r$ である。

$$p_{ij} \equiv P_r[X_{t+1}=j \mid X_t=i] = \sum_{s=0}^{\min(i,j)} \binom{i}{s}\binom{-i+r}{j-s}\{a(1-\rho)+\rho\}^s\{1-a(1-\rho)\}^{s+r-i-j} a^{j-s}(1-a)^{i-s}(1-\rho)^{i+j+2s}$$

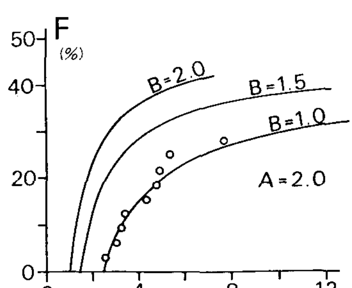
$$P_i \equiv P_r[X_t=i] = \binom{r}{i}(1-a)^{r-i}a^i,\quad E(X)=ra,\ Var(X)=ra(1-a),\ Corr(X_t, X_{t+1})=\rho \qquad (2)$$

すなわち、自己相関母数ρ以外の分布母数は、rとaであるから、これを2次以下の積率の合致から、つぎのように推定する。　$\hat{a} = 1 - \sigma^2/m$，$\hat{r} = m/a$　(3)　なお、実際に二項分布として利用するには、さらにrを整数化する必要があるが、ここでは母数r，aの相互関係等をみるために、整数化は行なっていない。

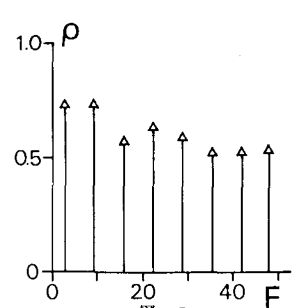
3.3　二項分布母数の確率的表現　i)　渇水順位の決め方　渇水確率と母数の関係をみるのに先立って、年ごとの渇水程度の順序付けが先決となる。これには種々の考えがあろうが、ここでは、上記渇水期間の流量系列から計算された推定母数の年ごとの順位に対する変化傾向の安定性から判断することにした。その結果では、単に平均、分散などの単独統計量でなく、これらを組合わせた方が好ましく、それも$m-\sigma$のような量の少ない方に着眼するより、むしろ$m+\sigma$のような量の大きい方に注目した順位付けの方が好結果であった。後者の理由はいまのような母数推定では、量の大きいものの方が推定結果への影響が大であるからであろう。以下では、$m+\sigma$によって順位を決めている。　ii)　二項分布の母数間の関係　渇水順位nに対する年単位の流況の二項分布母数の組（a，r）の両対数紙上へのプロット例が、図-3である。このように（a，r）は両対数紙上で直線、ないし、順位の小さい方で僅か上に凸の曲線となる。図中の実曲線は放物線による回帰式で、これは一般に適合度が良好である。　iii)　渇水確率と分布母数・相関母数の関係　以上により、a，rの一方を指定すれば他方は一意的に決定できるとみてよい。したがって、流量系列の確率分布型の決定には、渇水確率に相応した単一の母数を決定すればよい。計算結果の1例が、図－4である。ただし、縦軸Fには、年単位の渇水順位から求めたトーマス・プロットによる非超過確率の値を採用している。また、同様に渇水順位ないし渇水確率と自己相関係数の関係を求めることもできる。たとえば、図-5は、美和ダム（冬期渇水）の例で、横軸に非超過確率、縦軸に最渇水年よりその順位までの各年の自己相関係数（5日単位とした単位ずれ）を、平均した値を示す。多少のばらつきはあるが、渇水順位が下がるにつれて自己相関係数の値が小さくなることが読み取れよう。したがって、このようにして計画対象となる渇水確率に相応した分布母数、自己相関母数を推定することができ、想定した渇水流況に応じた貯水池操作の要因の利水機能上の評価が可能となる。



図－3



図－4



図－5

参考文献　水理講演会論文集、才21回（1977）、PP. 133～141、才23回（1979）、PP. 247～255