

京都大学工学部 正会員 浅野敏之
 京都大学工学部 正会員 岩垣雄一
 大 林 組 佐野功

I. 緒言 空気防波堤の消波機構を解明するためには、水底に設置された気泡管から放出された気泡群が、上昇するに伴ってどのような上昇水流をひき起こすかを知らなければならない。しかしこのような気泡噴流の解析は厳密には気液混送流として取り扱わねばならず、現象は複雑である。気泡が十分細かくその終速度が上昇水流の速度に比して無視でき、相対速度が0とみなせるときには問題は簡単化される。栗原¹⁾や Kobus²⁾はこの仮定で気泡噴流の理論的解明を試みている。本研究はこれらの研究の前提となる仮定は同じであるが、解析方法としてMorton-Taylor-Turner³⁾による温水噴流の取扱いを応用した点に異なる。温水噴流においては、浮力を生み出す密度差は上昇とともに減少するのに対し、気泡噴流においては気泡群の容積は上昇とともに増加することに注意する必要がある。以下にその理論の概要を示すと同時に、同時に行った実験結果から理論の妥当性を検討する。

II. 気泡噴流に関する理論

気泡噴流の性質を知るための第一歩として、気泡群が分散し十分細かな気泡から成るものとし、圧縮性の効果を無視した。

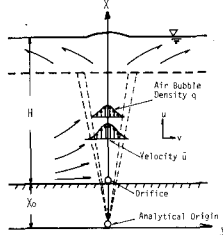


図-1

図-1に示す2次元座標(x,y)

を考える。連続方程式とx方向の運動方程式は次のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} (\partial u / \partial x) + (\partial v / \partial y) &= 0 \quad \cdots (1) \\ \left\{ \begin{aligned} (\partial u u / \partial x) + (\partial u v / \partial y) &= (\varepsilon \partial^2 u / \partial y^2) + g \beta \quad \cdots (2) \end{aligned} \right. \end{aligned} \right.$$

ここで ε は渦動粘性係数、 β は単位体積中の気泡群の容積率、 g は重力加速度である。ここで流速 u と気泡群の容積率 β の分布を次のように仮定する。

$$\left\{ \begin{aligned} u(x, y) &= u_c(x) \exp(-y^2/b^2) \quad \cdots (3) \\ \beta(x, y) &= \beta_c(x) \exp[-y^2/(5b)^2] \quad \cdots (4) \end{aligned} \right.$$

ここで $u_c(x)$ 、 $\beta_c(x)$ はx軸上での流速および気泡群

の容積率であり、 b は流速がx軸上の流速の $\varepsilon^{1/2}$ 倍になる点までのy方向距離、 β_c は気泡群の分布の広がり、 β_c と水粒子速度の分布の広がりとの比である。(1)より、

$$v = -\frac{2}{b^2} \int_0^y u(x, y) dy \quad \cdots (5)$$

$y=\infty$ の時の v の値を v_∞ と表わすと(3)より、

$$v_\infty = -\frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{d}{dx} (u_c b) \quad \cdots (6)$$

ここで水平方向の連行係数 α_y を導入し、 v_∞ を次式のように置くことができるものとする。

$$v_\infty = -\alpha_y u_c \quad \cdots (7)$$

$$(6), (7)より \quad \frac{d}{dx} (u_c b) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \alpha_y \cdot u_c \quad \cdots (8)$$

が得られる。次に(2)を $y=0$ から $y=\infty$ まで積分すると、左辺第一項は $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{dx} (u_c^2 b)$ 、右辺第二項は $\frac{2}{\sqrt{\pi}} g \beta_c b$ となり、その他の項は0となる。右辺第二項は原点における単位奥行・単位時間当りの空気量 Q_0 を用いて、 $\frac{1}{2} \frac{8\sqrt{\pi}}{u_c} \frac{H_0 + H}{H_0 + H - x} Q_0$ と書き直すことができる。ここで H は水深、 H_0 は文気圧を水深に換算した値である。以上の計算によって、(2)の積分は次のように変形される。

$$\frac{d}{dx} (u_c^2 b) = \frac{\sqrt{2(1+\zeta^2)}}{\sqrt{\pi}} \frac{8Q_0}{u_c} \frac{H_0 + H}{H_0 + H - x} \quad \cdots (9)$$

ここで

$$\left\{ \begin{aligned} V &= u_c \cdot b \quad \cdots (10) \\ W &= u_c^2 \cdot b \quad \cdots (11) \\ Z &= \frac{H_0 + H}{H_0 + H - x} \quad \cdots (12) \end{aligned} \right.$$

とおき換えると(8),(9)は次式となる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dx} V^2 &= \frac{4\alpha_y}{\sqrt{\pi}} W \quad \cdots (13) \\ \frac{d}{dx} W^2 &= \frac{2\sqrt{2(1+\zeta^2)}}{\sqrt{\pi}} 8Q_0 \cdot V \cdot Z \quad \cdots (14) \end{aligned} \right.$$

いま次のような変数変換を行う。

$$\left\{ \begin{aligned} Z &= \zeta, \quad \chi = Q_0^{2/3} g^{-1/3} \chi_1 \\ V &= 2^{1/6} \alpha_y^{2/3} \pi^{-1/2} Q_0 \cdot (1+\zeta^2)^{1/6} \cdot v \\ W &= 2^{5/3} \alpha_y^{1/3} \pi^{-1/2} Q_0^{4/3} g^{1/3} (1+\zeta^2)^{1/3} \cdot w \end{aligned} \right. \quad \cdots (15)$$

このとき(13),(14)は簡単に次式となる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{d\chi_1} v^2 &= w \quad \cdots (16) \\ \frac{d}{d\chi_1} w^2 &= v \cdot \zeta \end{aligned} \right. \quad \text{ただし} \quad \left\{ \begin{aligned} v &= 0 \\ w &= 0 \\ \zeta &= 1 \end{aligned} \right. \quad \text{--- (17)}$$

(12)より $\beta = \Sigma = \frac{H_0 + H}{H_0 + H - x} = 1 / \{1 - \frac{g^{-1/2} Q_0^{2/3}}{H + H_0} x\}$ (18)
 ここで $\beta = \frac{g^{-1/2} Q_0^{2/3}}{H_0 + H}$ とおくと、

$\beta = (1 - \beta x)^{-1} = 1 + \beta x + \beta^2 x^2 + \beta^3 x^3 + \dots$ (19)
 と展開できる。同様に v と w を次式のように展開する。

$$\begin{cases} v = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots \\ w = b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 + \dots \end{cases} \quad \dots (20)$$

(19), (20)を(16)に代入し、係数比較から $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ を求めると次式が得られる。

$$\begin{cases} v = 0.5 x + \frac{1}{16} \beta x^2 + \frac{23}{960} \beta^2 x^3 + \dots \\ w = 0.5 x + \frac{3}{16} \beta x^2 + \frac{107}{960} \beta^2 x^3 + \dots \end{cases} \quad \dots (21)$$

以上より水深 H および空気供給量 Q が与えられれば、任意の点 x における軸上流速 u_c と分布幅 b が(10), (11), (12), (15), (21)から算出できる。

III. 実験および考察 実験は長さ $8m$ 、幅 $0.5m$ 、高さ $1.5m$ の実験水槽を用いた。水深は $1.2m$ で一定とした。図-2は気泡噴流の流速分布を示したもので、ほぼ正規分布となり、(3)のように流速分布を仮定することは妥当であるといえる。次に噴流幅 b が上昇とともに増加するようすを示したものが図-3である。図にはⅡで展開した理論による曲線を併せて示している。水深の中央部における実験値は、ほぼ直線的な広がり示しており、この直線を延長して図-1におけるAnalytical Originの深さ x_0 を推定すればほぼ $0.4m$ 程度の値となる。また理論値と実験値は連行係数 α_y が 0.1 程度で良く一致するようである。また空気供給量が増加しても実験値はほとんど変化しないが、理論からものは Q や α の関数とならないことを導くことができる。

図-4はKobusが $800 \times 8m \times 4.7m$ の水槽で行った実験結果と、Ⅱで展開した理論値とを比較したもので、図-3と同様な結果が見られる。ただし実験値では空気供給量が大きくなると、広がり幅 b はわずかに増加する。またKobusは x_0 の値として $0.8m$ をとっており、図-3

の結果とあわせて考えれば、この値は実験水槽の水深によって変化するのではないかと考えられる。

図-5、図-6は x 軸上の鉛直方向流速 u_c の変化を示したもので、理論値は $x_0 = 0.4m$ として計算を行っている。図-5から連行係数 α_y が大きくなると、 u_c は逆に小さくなり、また図-6から気泡流と上昇水流の広がり比 α が大きくなると、 u_c が大きくなることがわかる。 u_c の値は上昇とともにそれほど変化しないことが、実験値、理論値の両者から示される。また図-3、図-4では b の値は α_y が 0.1 程度で理論値は実験値と良く一致したが、 u_c の値については $\alpha_y = 0.1$ の理論値は実験値よりかなり大きい値になる。このことは b と u_c の値をともに説明できるようなパラメータ α_y の値がないことを意味し、気泡噴流の性質は非圧縮性を仮定した温水噴流のような取扱いは十分説明できないとも考えられる。今後理論についてさらに検討する必要がある。なお本研究は文部省科学研究費(試験研究(2))による成果の一部である。

【参考文献】 1) 栗原道徳;九州大学応用力学研究所報, 第13号, pp.39-54, 1959. 2) Kobus, E. H.; Proc. 11th Conf. Coastal Eng., pp1016-1031, 1968. 3) Morton, B. R., G. I. Taylor and J. S. Turner; Proc. Royal Soc. of London, Ser. A, Vol. 234, pp1-23, 1956. 4) 林有田; 第20回水理講演会論文集, pp.161-172, 1976

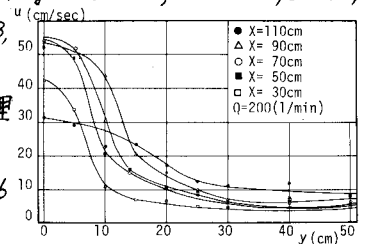


図-2

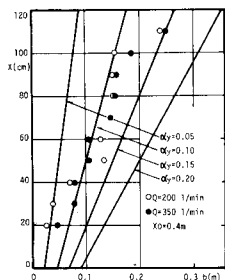


図-3

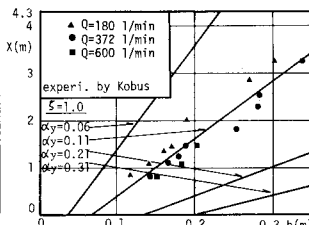


図-4

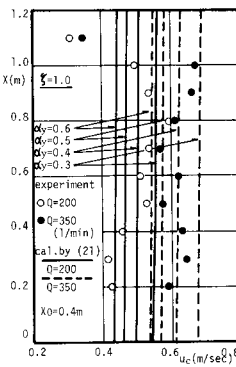


図-5

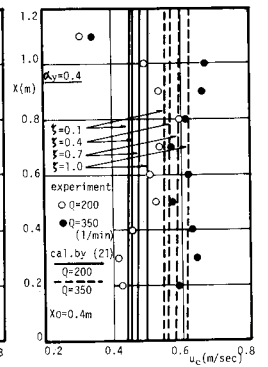


図-6