

1. はじめに

海岸構造物には傾斜壁を有するものも数多くある。しかし、波力解析の面から見ると傾斜壁面に作用する波圧に関しては、わずかに首藤¹⁾の線型長波理論を用い一様斜面による重複波圧を解析した加藤・服部²⁾の研究があるにすぎない。本報告は首藤の理論とは異った方法で、波の変形を速度ポテンシャルの斜面による反射散乱という面からとらえ、ポテンシャルに関する境界値問題として解析的に求める方法について述べたものである。なお、本報告に述べる方法は一様斜面に限らず任意断面を有する斜面に適用できる。したがって混成堤等の海岸構造物も含め、リーフ前面等の任意斜面に働く波圧の計算など種々の応用が考えられる。

2. 基礎方程式と解

座標系を Fig.1 に示すように定義し、速度ポテンシャルの存在を仮定する。このとき第1近似として微小振幅波理論を用いると、基礎方程式と境界条件はそれぞれ次のように書く事ができる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{in } \Omega) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (\text{on } S_b) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\omega^2}{g} \phi \quad (\text{on } S_f) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi_R}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_{in}}{\partial n} \quad (\text{on } \Gamma) \quad (4)$$

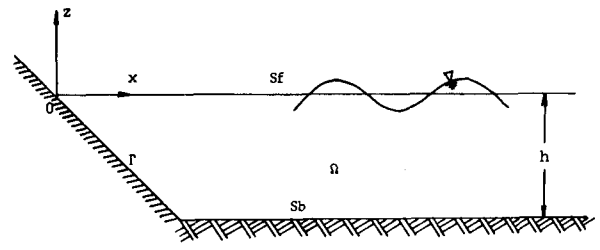


Fig. 1 座標の定義

ここに、 ϕ :速度ポテンシャル、 ϕ_R :反射波のポテンシャル、 ϕ_{in} :入射波のポテンシャル、 ω :角振動数、 n :斜面上の法線ベクトルである。ただし、 $\phi = \phi_R + \phi_{in}$ であり、 ϕ_{in} は既知である。

上式の解 ϕ_R を固有関数を用いて次式のように展開する。

$$\phi_R = a_0 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cdot e^{-ikx} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \cdot e^{-k_n x} \quad (5)$$

ここに、 h :水深、 k :波数、 k_n :固有値で、 $ktanhkh = -k_n tanh k_n h = \omega^2/g$ の関係がある。

また、 a_n は境界条件(4)から求まる未定係数である。

式(5)が式(1)~(3)を満たしている事は、それぞれに式(5)を代入して見れば明らかである。式(5)が有限個の選点上(Fig. 2)で境界条件(4)を満たすものとするれば、未定係数 a_n を次式によって求める事ができる。

$$A = [K]^{-1} \cdot \phi$$

ここに、 A :未定係数ベクトル、 $[K]$:係数マトリクス、 ϕ :入射波ベクトルである。

係数マトリクス $[K]$ の要素 k_{mn} 、およびベクトル ϕ の成分 C_m は、それぞれ次のようである。

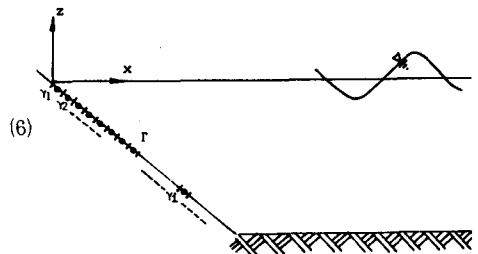


Fig. 2 斜面境界上の選点

$$k_{m1} = \frac{k e^{-ikx_m}}{\cosh kh} \cdot \{ n_{zm} \cdot \sinh k(h+z_m) - i n_{xm} \cdot \cosh k(h+z_m) \} \quad (m=1 \sim N) \quad (7)$$

$$k_{mn} = - \frac{k_{n-1} e^{-k_{n-1} x_m}}{\cos k_{n-1} h} \cdot \sin \left\{ k_{m-1} (h+z_m) + \frac{\pi}{2} - \alpha_m \right\} \quad (m=1 \sim N, n=2 \sim N) \quad (8)$$

$$c_m = - \frac{kgHe^{ikx_m}}{2\omega \cosh kh} \cdot \{ i n_{xm} \cdot \cosh k(h+z_m) + n_{zm} \cdot \sinh k(h+z_m) \} \quad (m=1 \sim N) \quad (9)$$

ただし、Hは入射波高、 n_{xm}, n_{zm} はそれぞれ選点 P_m における法線ベクトルの x, z 成分である。また、 α_m は、 $\alpha_m = \tan^{-1}(n_{xm}/n_{zm})$ によって定義され、選点上の法線ベクトルが水平軸となす角度である。

式(6)により未定係数ベクトル A を求め、この成分 a_n ($n=0, 1, \dots, N-1$) を式(5)に代入すると、反射散乱波のポテンシャル ϕ_R に関する解を得る。

波圧はベルヌイの定理により、次式で表わす事ができる。

$$P = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = -i\omega\rho \cdot \left\{ \left(\frac{gH}{2\omega} e^{ikx} + a_0 e^{ikx} \right) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{N-1} a_n \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} e^{-k_n x} \right\} \cdot e^{i\omega t} \quad (10)$$

3. 計算例と考察

波高 4 m の波が水深 400 m、角度 45° のリーフによって反射する場合について、斜面上の最大波圧分布を Fig. 3 に示す。図中、実線は周期 5 秒、点線 8 秒、1 点鎖線 12 秒、2 点鎖線 15 秒、破線 18 秒である。波圧分布の特徴として、入射波長の約 $1/8$ の位置に波圧がほとんど 0 となる節が生じている。これは、斜面によって反射した波と入射波とによって重複波が生じているためである。直立壁による重複波の場合、節の生じる位置は入射波長の $1/4$ であるので、角度 45° の斜面による重複波では直立壁に比して約 $1/2$ の位置に生じる事になる。これは斜面によって波が変形し、波長が短くなるためであり、斜面上の重複波の特徴として重要な性質であろう。解析の対象としたケースでは最大波圧値は周期による違いは見られず、平均水面の位置で生じており、約 5.6 t/m^2 である。また、波圧の第 2 のピーク値は約 1.2 t/m^2 であり、これも周期による違いは見られない。これらも斜面による重複波圧の特徴の 1 つとして上げる事ができるであろう。

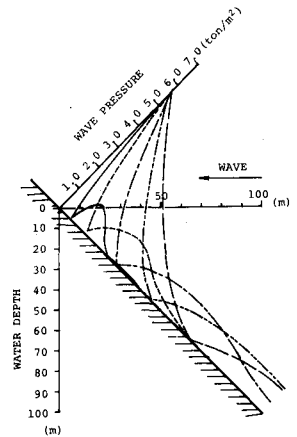


Fig. 3 斜面波圧分布

4. まとめ

微小振幅波の斜面による反射・散乱を解析する方法を示し、計算例についても示した。これらをまとめると以下の通りである。反射波のポテンシャルを基礎方程式(1)および海底面での不透透条件(2)、自由表面での条件(3)を満たす固有関数で、式(5)のように展開し、式中の未定係数 a_n を斜面の不透透条件(4)より、式(6)のごとく求め、ベルヌイの定理より波圧を式(10)のように計算するものである。計算例として海底面と 45° をなす斜面によって、波が反射する場合の重複波圧分布を示した。波圧分布の特徴として入射波長の $1/8$ の位置に節が生じる。最大波圧は平均水面の位置で生じ、その値は周期によらず一定である。以上は一様斜面による計算結果であるが、本理論は任意断面に関して有効であり、これについては今後検討を進めて行きたい。おわりに、本報告を発表するにあたって御配慮いただいた東電設計(株)取締役瀬谷氏および小池・許氏等、関係各位に謝意を表します。

参考文献: 1) Shuto, N.: Standing wave in front of a sloping dike, Coast. Eng. in Jpn Vol. 15, 1972. 2) 加藤・服部, 斜面に働く重複波の波圧, 第26回海講, 1979.