# II-9　屈折計算法における水深補間法の検討

電力中央研究所　正員　○丸山康樹
同　上　　正員　鹿島遼一

## 1. はじめに

屈折計算は最近、海岸変形シミュレーション手法の1つである1-lineモデルなどに用いられることも多くなってきた。Skovgaadら（1975）はそれ以前に発表された論文を整理するとともに、自身でも改良した計算法を示している。計算では、格子点上に水深を与えるのが普通であり、格子点内部に水深補間が必要である。計算精度上、この補間法の良否が重要であることを彼等は指摘しているが、どのような方法が適当であるかは明らかにされていない。この点について、新たな知見が得られたので以下に報告する。

## 2. 波向線および屈折係数の計算法

波向線の計算には一般化したSnellの法則を用いる。屈折係数の算定には、wave intensity equationを採用する。これらの方程式は良く知られており、ここでは省略する。波向線は波速の1階微分だけで決定され、屈折係数には2階微分までが影響する。波速の微分は以下のように、水深の微分に変換できる。

$$
\left.\begin{aligned}
&C_x = h_x/A, \quad C_y = h_y/A \\
&C_{xx} = (h_{xx} - B\cdot h_x^2/A^2)/A \\
&C_{yy} = (h_{yy} - B\cdot h_y^2/A^2)/A \\
&C_{xy} = (h_{xy} - B\cdot h_x h_y/A^2)/A \\
&A = C_1\left\{\frac{C_3}{1+C_3} + \frac{C_3}{1-C_3} + \ln(1+C_3) - \ln(1-C_3)\right\} \\
&B = C_1 C_2\left\{\frac{1}{1+C_3} + \frac{1}{1-C_3} + \frac{1}{(1+C_3)^2} + \frac{1}{(1-C_3)^2}\right\} \\
&C_1 = T/4\pi, \quad C_2 = 2\pi/gT, \quad C_3 = C_2\cdot C
\end{aligned}\right\} \quad (1)
$$

計算には、Skovgaardら（1975）と同様にRunge-Kutta法を適用するが、格子上を通過する波向線上の任意点で波速勾配を求める必要がある。(1)式から明らかなように、これは水深の微分を求めることに帰着する。この方法として、水深を適当な曲面で近似し、曲面の勾配から値を算定するのが一般的である。近似法としては3点の格子点から平面を求める方法、Wilson（1966）のように4点の水深から最小自乗法で平面を近似する方法などがある。

## 3. 補間法の検討

屈折図を作図すると、Caustic（焦線，交差する

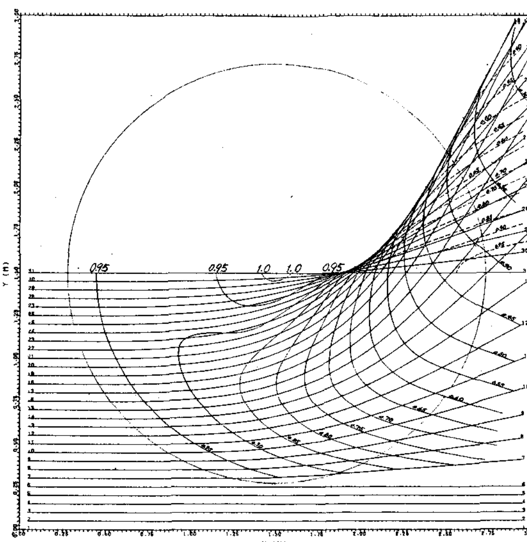

図-1　水深の2階微分を無視した屈折図および波高値

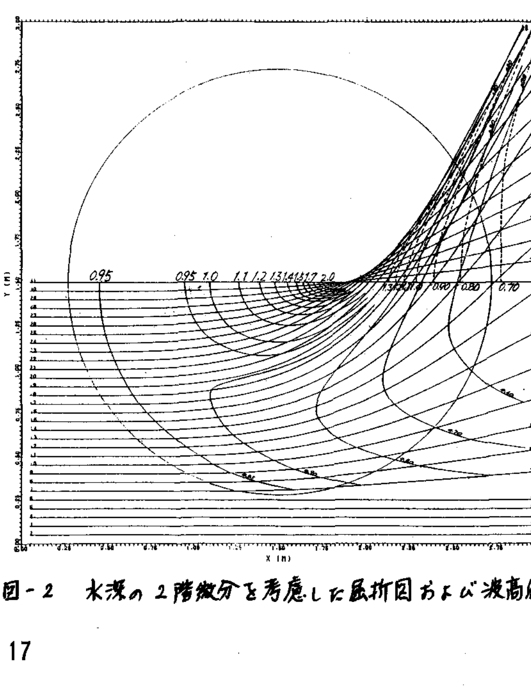

図-2　水深の2階微分を考慮した屈折図および波高値

波向線の包絡線）が生ずることが多い。この線上では原理的に屈折係数は無限大になるはずであるが、計算法によっては必ずしもそうでない場合もある。caustic上での屈折係数の値には物理的な疑問もあるが，計算精度に関してはその値が無限大になるかどうかで検討することができる。そこで，水深勾配が解析的に与えられる球面浅瀬（Berkoff（1972））を例に，水深の2階微分を無視した計算（図-1）と，考慮した計算（図-2）を行った。波速，即ち水深の1階微分だけに依存する波向線は両図とも完全に一致し，同様にcausticを形成する。

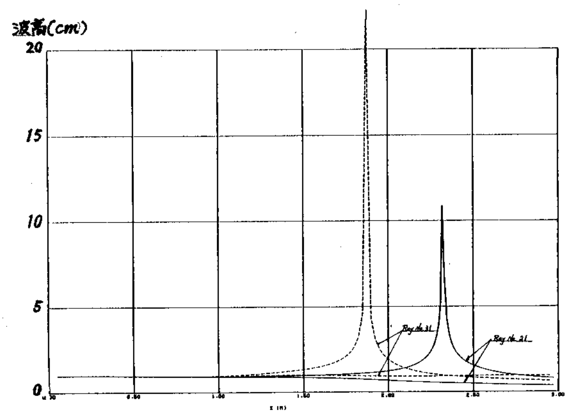


図-3 波向線上の波高変化の比較

図-3は球面浅瀬の中心を通過する図-1, 2の波向線 Ray No.31と，中心から約1/2の点を通過するNo.21上の波高を作図した結果である。屈折図上では同様にcausticを形成していても，図-1の波向線上では波高は大きくならず，図-2ではcaustic上で極大値となる。図-1の条件は補間法では水深を平面で近似することに対応する。波向線の作図には，Wilson（1966）が指摘したように補間を平面近似で行なっても誤差はほとんど生じないが，屈折係数の評価には水深の2階微分が重要で，平面近似による補間法は不適当である。

そこで，補間法として16点の格子点上の水深から3次曲面，$h=\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} a_{ij}x^{i-1}y^{j-1}$ を求める方法を採用した。この方法は4つの格子点上で $h$ および $h_x$, $h_y$, $h_{xx}$, $h_{yy}$, $h_{xy}$ を中央差分で展開したときの格子点数16個と対応しており，水深の2階微分までが保証されている。図-4はこの補間法を用いた実際の数値計算の一例で，図中△印の点で波高は極大値を示す。これらの点は波向線の交差点にほぼ対応し，計算精度上妥当であると思われる。

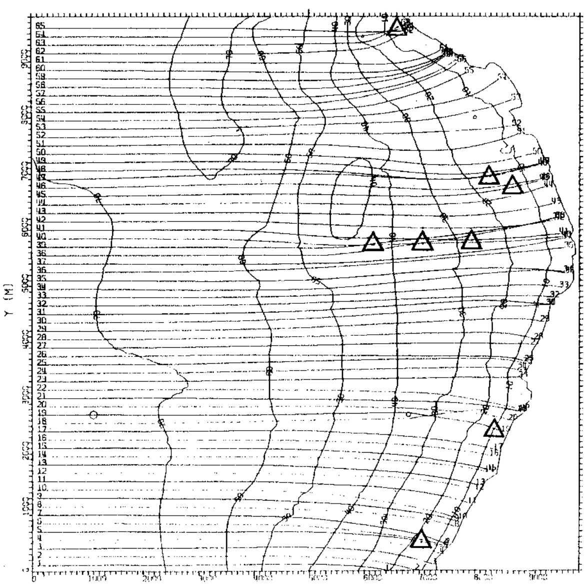


図-4 水深の3次曲面近似を用いた屈折計算例

## 4. 結論

屈折係数の計算を行う場合、水深の補間法に平面近似を用いると重大な誤差が生ずることを示した。補間法の改良として，16点の格子点上の水深による3次曲面近似を1例として示し，妥当な精度が得られることを示した。ただし，補間法としてこの方法が唯一であるわけではなく，他に種々考えられる。いずれの方法を採用するにしても、屈折係数の計算には水深の2階微分までの配慮が必要であり，格子間隔の大きさとともに計算精度上十分な注意が必要である。

なお、数値計算について開発計算センターの定森良夫氏の協力を得たことを付記する。

参考文献

Skovgaard et al (1975) : Computation of wave heights due to refraction and friction, Proc. ASCE, pp.15〜31.