II-1 ハイパボリック波の浅水変形とその簡略式について

京都大学大学院　学生員　塩田　啓介
京都大学工学部　正　員　岩垣　雄一

1. まえがき　Shoaling の計算を行う場合に最も簡便な式は，非線型長波を取り扱った首藤[1]の解である。これに対して，エネルギーフラックス法による計算は複雑であり実用上の問題がある。クノイド波の適用領域においては，ハイパボリック波を用いると比較的簡単に計算できるが，適用限界が存在する。ここではクノイド波を用いずに，ハイパボリック波とストークス波で連続した曲線を得ること，さらに簡潔な式でこれを近似することを試みる。つぎに波向線間隔の幅の影響を有限振幅波を用いて調べることにする。

2. Shoalingの簡略計算　Laitoneのクノイド波理論より新しく導いたハイパボリック波[2]のエネルギーフラックスは第3次近似解の影響が入らないようにべき数を考慮すると次式のようになる。

$$\overline{W}=\frac{2}{3}\rho g H^2\sqrt{gh}\,\frac{1}{K}\left[1-\frac{3}{2}\frac{1}{K}+\left\{\frac{2}{5}-3\frac{1}{K}+\frac{15}{4}\left(\frac{1}{K}\right)^2\right\}\frac{H}{h}\right] \quad \text{--- (1)}$$

岩垣・酒井[3]にならって$\overline{W}=\overline{W}_0$とおき変形すれば次式を得る。

$$\frac{H}{H_0}=\frac{3}{64}\pi^{-\frac{4}{3}}\left(\frac{h}{L_0}\right)^{-1}\left(\frac{H_0}{L_0}\right)^{-1}\left\{(1+\lambda_0^2)\lambda_0^2(4+3\lambda_0^2)\right\}^{\frac{2}{3}}$$

$$\times\left\{1-0.168\left(\frac{H}{h}\right)^{1.124}\right\}^{\frac{2}{3}}\left[1-\frac{3}{2}\frac{1}{K}+\left\{\frac{2}{5}-3\frac{1}{K}+\frac{15}{4}\left(\frac{1}{K}\right)^2\right\}\frac{H}{h}\right]^{-\frac{2}{3}} \quad \text{--- (2)}$$

ここに，$\frac{3}{8}\lambda_0^3+\lambda_0=\pi\frac{H_0}{L_0}$ --- (3)　$\frac{H}{h}=\frac{H}{H_0}\cdot\frac{H_0}{L_0}\cdot\left(\frac{h}{L_0}\right)^{-1}$ --- (4)

$$K=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{H}{h}\right)^{0.5}\left(\frac{h}{L_0}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\pi}{1+\lambda_0^2}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{1-0.168\left(\frac{H}{h}\right)^{1.124}\right\} \quad \text{--- (5)}$$

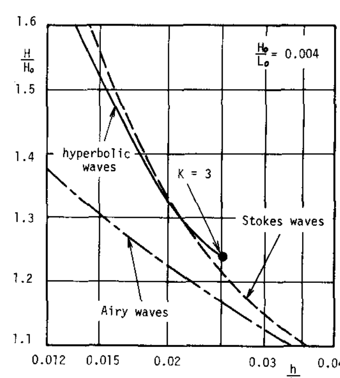

Fig.1　ハイパボリック波とストークス波の交差状態

(2)～(5)式を用いてくり返し計算を行えば，ハイパボリック波のShoaling曲線が得られる。この場合K＝3の適用限界は微小振幅波による曲線よりやや大きい部分に存在し，漸近の状態はクノイド波理論そのものを用いなければわからない。しかし波形勾配が小さくなってもクノイド波の波形が微小振幅波のそれに近づかないことを考えれば，微小振幅波の曲線近くではクノイド波理論を用いるよりもむしろストークス波理論を用いるべきと考えられる。従って，ハイパボリック波と微小振幅波の間をストークス波を用いて接続することにする。ストークス波理論としては，山口・土屋[4]による波速の第2定義にもとづく第4次近似解を用いて計算を行うことにする。Fig.1は各理論曲線の接続部を示したものである。ハイパボリック波によるクノイド波の近似誤差は，K＝3近傍でH/H_0がやや大きい値を示す傾向をもち，その適用範囲内でストークス波

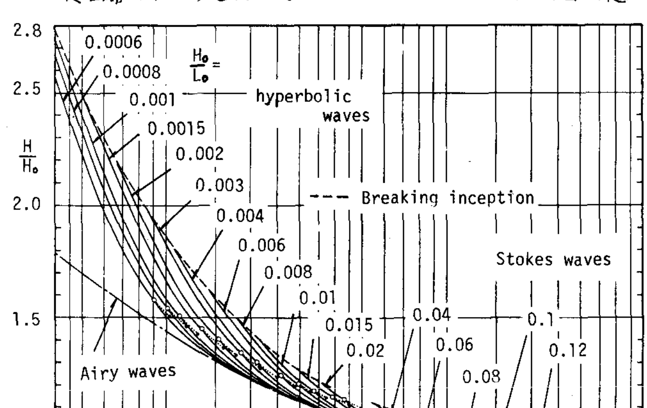

Fig.2　ハイパボリック波とストークス波による Shoaling 曲線

と交差する。Fig. 2は各々のH_0/L_0について両曲線の交点をもって接続したものである。白丸は交点を示す。砕波限界はRankine-Stokesの条件を用いた。すべてのH_0/L_0について接続はなめらかであり，微小振幅波への漸近の状態がよく示されている。

つぎに，簡単な式でこの曲線を近似する。微小振幅波の理論曲線との差はほぼ$(h/L_0)^{-2}$に比例する。これにH_0/L_0の影響を考慮して係数を定めれば，次式を得る。

$$\frac{H}{H_0}=\left(\frac{H}{H_0}\right)_{Airy}+0.003\left(\frac{h}{L_0}\right)^{-2}\left(\frac{H_0}{L_0}\right)^{\frac{3}{4}} \quad ---(6)$$

ここに，右辺第1項は微小振幅波による波高比である。Fig. 3はFig. 2に示した曲線と(6)式による曲線を比較したものである。

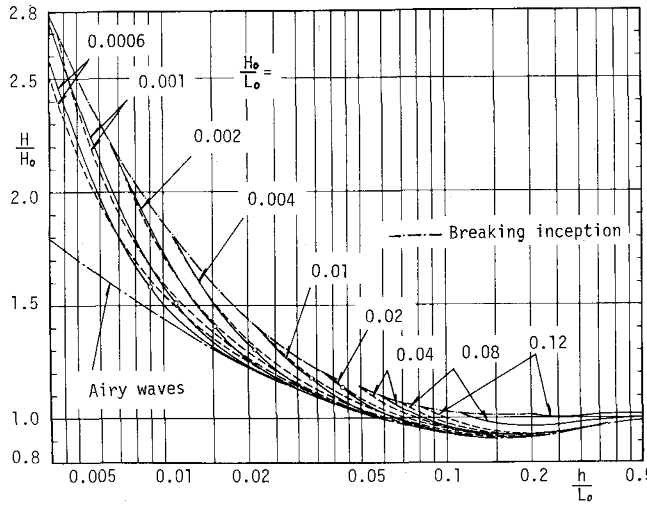

Fig. 3　簡略式によるShoaling曲線
（実線：有限振幅波，破線：簡略式）

ハイパボリック波の適用範囲においては両者はよく一致しているが，ストークス波で接続した部分では最大約5%程度(6)式による値が大きい。また，H_0/L_0が0.04より大きくなると(6)式はストークス波の曲線よりかなり小さな値をとるため，適用には問題がある。ただし波速の第1定義を用いた場合のストークス波の曲線[4]とはよく一致する。

3．有限振幅波による波向線間隔幅の影響　エネルギーフラックス法において波向線間隔幅の変化を考慮して，$b\overline{W}=b_0\overline{W_0}$とおくと，$b_0/b$が波高変化に及ぼす影響を調べることができる。いま，αを用いて次式を仮定する。

$$\frac{H}{H_0}=\left(\frac{H}{H_0}\right)_{\frac{b_0}{b}=1}\cdot\left(\frac{b_0}{b}\right)^{\alpha} \quad ---- \quad (7)$$

$b\overline{W}=b_0\overline{W_0}$より$H/H_0$を算出し，(7)式より$\alpha$を逆算した結果がFig. 4である。Shoaling曲線が微小振幅波による曲線より離れるに従って，αの値は0.5から増加しはじめ，ハイパボリック波においてはある最大値をとることがわかる。また，最大値はH_0/L_0が小さくなるにつれて増大する。$b_0/b=0.5$の場合，$\alpha=0.578$および0.5とおくと，$(b_0/b)^{\alpha}$の値は前者が0.67，後者が0.707となり，5.5%の誤差が生じる。H_0/L_0が0.001より小さくなれば，さらに誤差が大きくなると考えられ，微小振幅波理論から得られる，$H/H_0 \propto (b_0/b)^{\frac{1}{2}}$という関係式では問題となる。

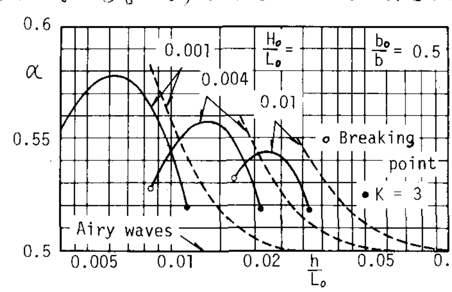

Fig. 4　波向線間隔幅の影響
（実線：ハイパボリック波，破線：ストークス波）

4．結語　新しく導いたハイパボリック波を用いてShoalingの計算を行い，ストークス波理論による結果と接続することによって連続した曲線が得られることを示した。さらに，これを最も簡単な式で近似することを試みたが，必ずしも全範囲にわたって十分に近似されているとは言えないため，今後さらに検討する必要がある。また，有限振幅波における波向線間隔幅の影響は微小振幅波の場合と異なった性質をもつことを示した。

〈参考文献〉1)首藤伸夫：非線型長波の変形，第21回海岸工学講演会論文集，PP. 57～63，1974.
2)岩垣雄一・塩田啓介：ハイパボリック波の表現式の再検討，第26回海講論文集，PP. 31～35，1979.
3)岩垣雄一・酒井哲郎：有限振幅波のShoalingについて，第14回海講論文集，PP. 1～7，1967.
4)山口正隆・土屋義人：有限振幅波理論に基づく波のShoalingについて，第22回海講論文集，PP.59～63，1975.