

長崎大学工学部 正員 小西保則

1 まえがき

構造物が長大化し複雑になると変数・制約条件式共にその数が多くなる。その場合にも Suboptimization によれば、容易に最適設計が可能であり、この手法を用いて、合成工形けた⁽¹⁾、単純トラス⁽²⁾について最適設計を行った結果について先に発表した。本研究においては、Kuhn-Tucker の定理を用いて、求めた結果が最適値であることを明らかにし、また10格間の鋼道路トラス橋に適用し最適値を求めた。

2 Suboptimization による最適設計手法

Suboptimization の方法として、変数もある1つの部材要素のみの変数 x と、構造物全体に共通な変数 y に分ける。今 I, II の2つの部材要素からなる構造物について考える。制約条件式で I に属するものを $g_{iI}(x_I, y) \leq 0$ ($i_I = 1, \dots, m_I$) ---- (1), II に属するものを $g_{iII}(x_{II}, y) \leq 0$ ($i_{II} = 1, \dots, m_{II}$) ---- (2) y のみに関するものを $g_i(y) \leq 0$ ($i = 1, \dots, m$) ---- (3) とし、それ以外に $x \geq 0, y \geq 0$ とする。目的関数は $Z = Z_1 + Z_2 = f_I(x_I, y) + f_{II}(x_{II}, y) \rightarrow \min$ ---- (4) とする。不等式 $g_i \leq 0$ は非負の量 ξ_i^2 を加えて等式化し、 ξ_i^2 を第1成分とするベクトルを ξ と表わすと(1), (2), (3) 式は

$$g_I(x_I, y) + \xi_I = 0 \quad (g_I = (g_{1I}, \dots, g_{m_I I})^T) \quad (1)_a, \quad g_{II}(x_{II}, y) + \xi_{II} = 0 \quad (g_{II} = (g_{1II}, \dots, g_{m_{II} II})^T) \quad (2)_a, \quad g(y) + \xi = 0 \quad (g = (g_1, \dots, g_m)^T) \quad (3)_a \quad \text{と書くことができる。}$$

今 y を一定として、 y のある値に対して (1)_a 式を用いて $Z_1 = f_I(x_I, y)$ が最小になるような x_I, ξ_I^2 を SLP 法により求める。変数 x_I, ξ_I^2 は (1)_a 式の数 m_I だけの正の値をもつ。 ξ_I^2 の内 x_I の数だけの値は 0 となる。この値を x_I^0, ξ_I^{02} とする。 y の任意の値に対して次式が成立する。 $x_I = h_I(y)$ ---- (5)_a
同様に (2)_a 式を用いて $Z_2 = f_{II}(x_{II}, y)$ が最小になるような x_{II}, ξ_{II}^2 を求めると $x_{II} = h_{II}(y)$ ---- (5)_b
なる関係式が得られる。(5)_a, (5)_b 式を (4) 式に代入すると $Z = f_I(h_I(y), y) + f_{II}(h_{II}(y), y)$ ---- (6) となり、制約条件式は (3) 式のみとなる。故に制約条件式 (3) 式のもとに (6) 式を最小にする y を求める問題となる。そこで SUMT 法を用いて y^0 を求める。Kuhn-Tucker の定理によると、(1), (2), (3) 式の条件のもとに (4) 式が x^0, y^0 兵で最小値をもつための必要十分条件は、Lagrange 関数 $\varphi(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda^T g(x, y)$ ---- (7) をつくるに、不等式 $x \geq 0, y \geq 0, \lambda \geq 0, \varphi(x^0, y^0, \lambda^0) \leq \varphi(x, y, \lambda^0) \leq \varphi(x, y, \lambda^0)$ ---- (8) を満足するベクトル λ^0 が存在する。今文献(2)で取扱った支間16m, 2格間トラスの最適設計例の最適値 x^0, y^0 を用いて (8) 式が成立するかどうか検算する。制約条件式は文献(2)に示したように、応力制限、たわみ制限、変数の上下制限、板幅に対する板厚制限、細長比制限等47個の条件式を考慮した。 (x^0, y^0, λ^0)

Table 1. Table of optimum values

Member				Upper chord member								End post								Lower		
Case	L (m)	H (cm)	B (cm)	S ₅	B _{u5} (cm)	T _{u5} (cm)	B _{w5} (cm)	T _{w5} (cm)	B _{z5} (cm)	T _{z5} (cm)	S ₆	B _{u6} (cm)	T _{u6} (cm)	B _{w6} (cm)	T _{w6} (cm)	B _{z6} (cm)	T _{z6} (cm)	S ₁₁	B _{u11} (cm)	T _{u11} (cm)		
1	84	1004.6	40.0	5.0	48.0	2.02	42.0	2.41	40.0	2.42	5.0	48.0	1.18	42.0	1.19	40.0	1.41	5.0	48.0	1.61		
2	84	900.0	50.0	5.0	58.0	2.20	46.0	1.90	50.0	2.50	4.0	58.0	1.40	45.0	1.40	50.0	1.40	5.0	58.0	1.60		
3	60	747.4	35.7	5.0	43.7	1.69	37.7	2.25	35.7	2.07	5.0	43.7	1.05	37.7	1.06	35.7	1.29	5.0	43.7	1.53		
4	80	1026.4	42.1	5.0	50.1	2.12	44.1	2.54	42.1	2.52	5.0	50.1	1.34	44.1	1.35	42.1	1.59	5.0	50.1	1.76		
5	100	1293.4	50.6	5.0	58.6	2.50	52.6	2.68	50.6	2.89	5.0	58.6	1.49	52.6	1.58	50.6	1.72	6.0	58.6	1.42		
chord member				Compressive diagonal m.								Tensile diagonal m.										
Case	B _{w11} (cm)	T _{w11} (cm)	B _{z11} (cm)	T _{z11} (cm)	S ₁₂	B _{f12} (cm)	T _{f12} (cm)	B _{w12} (cm)	T _{w12} (cm)	S ₁₇	B _{f17} (cm)	T _{f17} (cm)	B _{w17} (cm)	T _{w17} (cm)	Z (¥1000)	UC (¥1000/m ²)	UW (kg/m ²)					
1	40.0	1.75	40.0	1.93	5.0	43.0	1.08	37.7	1.11	5.0	41.3	1.29	37.3	1.29	12830.4	76.3						
2	42.0	1.90	50.0	1.60	4.0	40.0	1.00	47.8	1.30	5.0	40.0	1.60	46.6	1.10								
3	35.7	1.69	35.7	1.88	5.0	38.9	0.97	33.6	0.99	5.0	39.8	1.24	33.0	1.24	10688.7	71.3	112.1					
4	42.1	1.91	42.1	2.09	5.0	47.6	1.22	40.1	1.18	5.0	45.8	1.43	39.1	1.43	13344.4	66.7	151.8					
5	50.6	1.53	50.6	1.65	5.0	53.8	1.38	47.6	1.40	5.0	51.6	1.61	47.1	1.61	16909.8	67.6	198.6					

が Kuhn-Tucker の定理を満足する値とすると

$$\lambda^T \cdot g(x^0, y^0) = 0, f_x(x^0, y^0) + \lambda^T g_x(x^0, y^0) = 0, f_y(x^0, y^0) + \lambda^T g_y(x^0, y^0) = 0 \text{ -----(9)}$$

が成立する。(9)式に x^0, y^0 を代入して λ^0 を求めた。その結果 $\varphi(x^0, y^0, \lambda^0) = f(x^0, y^0) + \lambda^{0T} g(x^0, y^0) = 2703.3$
 $\varphi(x^0, y^0, \lambda^0) = f(x^0, y^0) + \lambda^{0T} g(x^0, y^0) = 2879.8, \varphi(x, y, \lambda^0) = f(x, y) + \lambda^{0T} g(x, y) = 2962.3, \lambda \geq 0$
 となり(8)式を満足している。故に x^0, y^0 は最適値である。

3 Suboptimization によるトラスの最適設計例

本研究の手法による最適設計例として、10格間の鋼道路トラス橋(荷重TL20)について最適設計を行った。1例としては文献(3)の設計例と同じ設計条件で、支間84m、有効幅員0.75m(歩道)+6.5m(車道)+0.75m(歩道)=8mについて、また支間が60m, 80m, 100mの3種類で有効幅員が10m(車道のみ)のワーレントラス橋について最適設計を行った。

設計変数: x に属するものは鋼種 S ($S=4$: 41キロ鋼, $S=5$: 50キロ鋼, $S=6$: 60キロ鋼), 上弦材・端柱は T_u (上フランジ板厚), T_w (腹板厚), 下弦材は T_w , 圧縮斜材は箱形断面で T_f (フランジ板厚), T_w , B_f (フランジ板幅), 引張斜材は工形断面で T_f , T_w , B_f とした。 y に属するものは H (トラス高), B (弦材幅) である。

制約条件式: 2格間トラス橋の場合と同じである。文献(2)を参照されたい。

目的関数: 目的関数には鋼材費・工場製作費を考慮。すなわち次式で示される。ただし $SMH=34$ 円/時間, $CM=8$ 万円/tonとした。 SMH は製作工数単価, CM は鋼材費単価である。

$$Z = \sum_i \sum_j F_{ij} (SMH) + \sum_j \sum_i H_{ij} (SMH) + \sum_j PV_j \cdot C \cdot (CM) = Z_1 (SMH) + Z_2 (SMH) + Z_3 (CM) = (CM) \times (Z_1 \mu + Z_2 \mu + Z_3) \text{ -----(10)}$$

上式の記号は文献(2)による。製作費の工数は製作工場の最近の実績データ資料により最小二乗法を用いて数式化。

4 最適設計結果と考察

本研究で提案した手法により、最適設計を行った結果をTable 1に示す。Case 1は支間84m、有効幅員8.0の場合、Case 2は文献(3)の設計例でCase 1との比較のため示した。Case 3, 4, 5は支間60m, 80m, 100m、有効幅員10mの場合を示す。Fig. 1はCase 1の罰金関数の罰金項の係数 $R_k=1.0$ の場合の罰金関数の値の等高線図である。図中の1, 2, 3, 4, 5は各ステツプ毎の収束位置で5回は最適点であり、この図では鋼材単価 $CM=6$ 万円/ton, $SMH=34$ 円/時間として計算した。之によると、全体的最適点は収束しているものと思われる。最適値ではないものの場合もFully stressed状態になって居り、たゞ斜材の支間中央附近の部材は細長比の制限で断面が決定されている。

5 結論

構造物の部材要素数が多く、また構造が複雑な橋梁になると、変数・制約条件式の数が多くなり、費用を目的関数とすると変数を省略出来なくなる故、本研究において示した手法を用いることにより変数・制約条件式の数を減らすことが出来、収束が容易となる。また全体にわたって共通な変数の数が少ない場合には変数の数が可成り多くても効果的に最適設計が可能であり、十分実用性がある。目下不静定構造物、およびたわみの制約条件式が支配的である場合について研究中である。

参考文献: 1) 小西保則: "製作費を考慮した合成工形ばりの最適設計について、(第2報)", 土木学会, 第32回年次学術講演会, 講演概要集, 第1部, PP261-PP262, 1977-10. 2) 小西保則: "Suboptimizationによるトラスの最適設計", 土木学会, 西部支部学術講演会講演概要集, PP17-PP18, 1977-2. 3) 菊池洋一・笹戸松二: "橋梁設計例", オーム社, PP105-PP140, 1967.6.

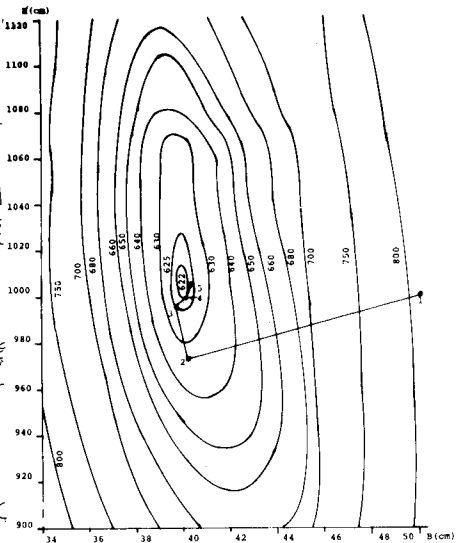


Fig. 1 Contour line diagram for B and H