I-344　最適解の探索アルゴリズム（活荷重合成げたを例にして）

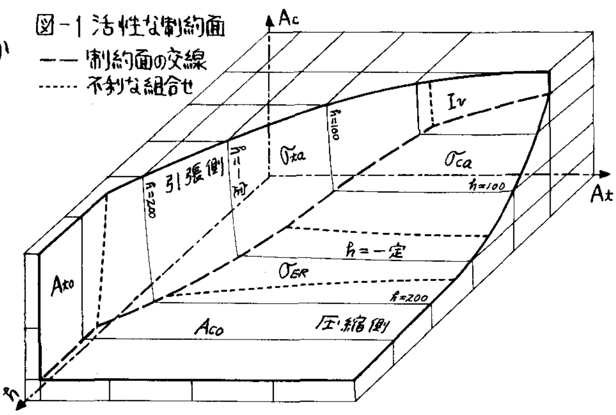
群馬高専　正員　平田恭久
東京都立大学　正員　伊藤文人

1. まえがき

通常の設計設算では，主要な制約条件の限度一杯になるよう断面を定め（この制約条件を等号条件として用い他の制約条件には抵触していない），このとき主要な設計変数は目的関数が最小に近い値となるよう試算または経験値より定めている。従来からプレートガーダー等の桁橋の設計に用いられてきた最適けた高の考え方はこのような方法である。このような方法を拡張して最適解の探索アルゴリズムとして実現するには，①等号条件としてどのような制約条件を採用するか（制約条件の組合せ）。②ある等号条件で探索しているとき他の制約条件には抵触しないようにする（活性な制約面上にある）。③活性な制約面上で探索した結果が大域的な最適解となっているか。等について検討しておかねばならない。ここでは活荷重合成げたでの最適けた高の探索を例にして最適解の探索アルゴリズムを考えてみた。

2. 最適解は活性な制約面の交線上に存在するか

この項については参考文献1ですでに報告したものであるが，その概要を述べる。　1）h, A_c, A_t の3次元で表わした活性な制約面の例を図−1に示す。図−1で横になっている制約面が主としてA_cを規定しており，この制約条件を"圧縮側の制約条件"と称し，$A_c \geqq A_{c0}$（圧縮フランジの最小断面積），$\sigma_{sc}+\sigma_{vc} \leqq \sigma_{ca}$（圧縮フランジの合成応力度），$\sigma_{sc} \leqq \sigma_{ER}$（架設時許容応力度）の3個である。縦になっている制約面が主としてA_tを規定しており，この制約条件を"引張側の制約条件"と称し，$A_t \geqq A_{t0}$（引張フランジの最小断面積），$\sigma_{st}+\sigma_{vt} \leqq \sigma_{ta}$（引張フランジの合成応力度），$\sigma_{vc} \geqq 0$（合成断面の中立軸が鋼げた内，図には表われていない），$\mu \cdot M_v \leqq I_v$（たわみ制限に抵触しないための断面二次モーメント）の4個である。曲げモーメントM_s, M_vとけた高hを与えてフランジ断面積A_c, A_tを定めるには2個の等号条件が必要であるが，これには圧縮側の条件1個と引張側の条件1個とを組合せればよい（圧縮側または引張側だけの条件を用いると断面が大きくなり"不利な組合せ"となる）。この制約条件の組合せが図−1での制約面の交線である。　2）最適けた高を求める場合を考えると，この交線上でhを変化させてけた断面積A_sの最小点を探索したとき交線上でのA_sがh＝一定の条件で最小となっていれば，『h＝一定のときの最小点の中からhを変化させて最小点を見つける』ので，最適けた高は大域的な最適解になっているはずである。h＝一定のとき交線がA_s最小点になっているため条件は，『単独の制約面上では有効許容方向が存在し，交線では存在しないこと』が活性な制約面上で常に成立していることである。勾配ベクトルを用いて表わすと(1), (2)式となる。活性な制約面となっている範囲では圧縮側の条件については(1)式が，引張側の条件については(2)式が成立していることが確かめられるので，活荷重合成げたでの最適けた高は大域的な最適解になっていると言える。



図−1 活性な制約面
—— 制約面の交線
------ 不利な組合せ

$$\frac{-\partial g_c(x)/\partial A_t}{-\partial g_c(x)/\partial A_c} < \frac{\partial A_s(x)/\partial A_t}{\partial A_s(x)/\partial A_c} = 1 \text{ および } \frac{-\partial g_t(x)/\partial A_c}{-\partial g_t(x)/\partial A_t} < \frac{\partial A_s(x)/\partial A_c}{\partial A_s(x)/\partial A_t} = 1$$

これより

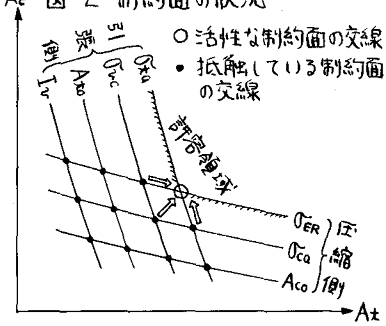
$$\partial g_c(x)/\partial A_t > \partial g_c(x)/\partial A_c \cdots\cdots (1),\quad \partial g_t(x)/\partial A_c > \partial g_t(x)/\partial A_t \cdots\cdots (2)$$

3. 活性な制約面の交線上で探索するには

2.において活荷重合成げたの場合には最適けた高は活性な制約面の交線上を探索していけばよいことが分かっ

た。ある曲げモーメントとけた高のときの制約面の状況を図-2に示す。図-2での活性な制約面の交線は○印である（$\sigma_{sc} \leqq \sigma_{ER}$と$\sigma_{sl}+\sigma_{tl} \leqq \sigma_{ta}$との組合せ）。○印上で探索していれば他の制約条件は満足していることになるが，hを変化させていったとき制約面の状況が変化して●印になったとすると，この点より許容領域側にある制約条件に抵触することになる。○印の組合せを常に選ぶようにするには，応力度，断面積等を計算した結果ある制約条件に抵触していれば，今まで採用していた制約条件を抵触した制約条件と取換えればよい。図において〔σ_{ca}, σ_{tc}〕の組合せであったとすると，σ_{ca}をσ_{ER}と，σ_{tc}をσ_{ta}と取換える（圧縮側の条件なら圧縮側の条件と取換える。多くの制約条件に抵触している場合には1段階では○印まで移行できないことがある）。このようにすると常に制約条件を満足した形で目的関数値が計算できるので，形式的には無制約最小化問題となり，これに最小値を探索するアルゴリズムを適用すれば最適けた高が探索できる。

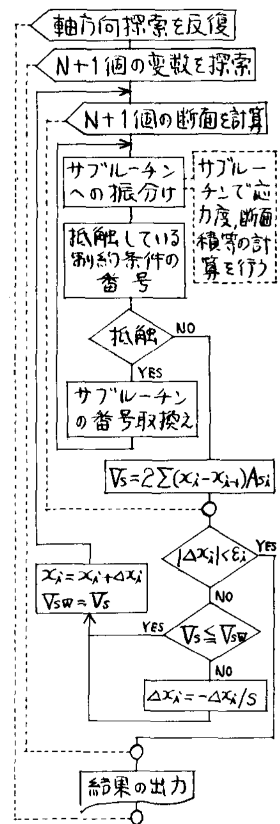
図-2 制約面の状況



4. アルゴリズムの概要及び計算例

1）活荷重合成げたで断面変更点がNヶ所ある場合を計算例とし，3.で述べた組合せの選び方に最小値の探索アルゴリズムを加えて最適解の探索プログラムを作成した。図-3にフローチャートを示す。目的関数はけた体積V_sでN+1個の断面のA_sをけた支間方向の長さx_i-x_{i-1}により加重平均している。制約条件の組合せは3×4=12通りあるので，応力度，断面積を計算するサブルーチンを12個作り，制約条件の抵触状況を調べて"活性な制約面の交線"となっているサブルーチンへ振分けるようにした。最小値を見つける手順はあるステップ幅Δxで関数値が"減少または等しい"ときは前へ進み，"増加"したら$\Delta x=-\Delta x/s$とする（ステップ幅を小さくし向きを変える）簡単なものである。断面変更点の位置x_iを指定するとhだけの1次元探索であるが，x_iを同時に探索するとN+1次元探索となる。多次元探索としては簡単な軸方向探索を用いたので，何回かの反復計算を行い収束状況を調べることにした。 2）断面変更点Nが2のときの結果を図-4に示す。x_iを指定するときは平均曲げモーメント$\bar{M}$最小の条件より定めた値とした。x_iを$\bar{M}$最小の条件で与えた場合とx_iも同時に探索した場合とを比較すると，V_s，hは殆ど同じであり，x_iは曲げモーメントがある大きさになると$\bar{M}$最小でのx_iに近づく。x_iのV_sに対する影響は比較的小さいので，x_iは$\bar{M}$最小の条件より定めても実用上は差支えないと考えられる。曲げモーメントの表示は支間中央の曲げモーメントではなく$\bar{M}$で与えたが，$\bar{M}$を用いるとNが異なっていてもV_s，hは似た値となる。

図-3 フローチャート



5. まとめ

活荷重合成げたを例にして活性な制約面の交線上で最適解を探索するアルゴリズムを考え，これによるプログラムを作成したが，この方法により最適解が探索できることが確かめられた。今後の課題として，最小値の探索アルゴリズムをもっと効率のよいものにする。制約条件の処理方法を改良する。ことを考えている。 参考文献1 平田，伊藤：活荷重合成げたの最適けた高と最適解との関係について，第7回関東支部年次研究発表会