

京都大学大学院	学生員	池島 賢治
京都大学工学部	正 員	白石 成人
京都大学工学部	正 員	古田 均

1. まえがき 主観的な不確定性の影響を、構造物の安全性評価において考慮するために、Fuzzy代数を用いた手法が報告されている^{1,2)}。Fuzzy代数を用いることの利点は、種々の不確定要因に対する設計者の工学的判断を、言語変数を媒介として反映させることができることである。しかし、これまで提案されてきた手法は、構造物の不確定要因に関する randomness と fuzziness の分類が不明確であり、さらに、Fuzzy代数を用いて求められた不確定性が、帰属度関数の形として表わされるだけで、安全性の評価尺度に明確に関連づけられていないという欠点を有している。そこで、本研究では、randomness と fuzziness の概念を、それぞれ、Ang & Amin の拡張信頼性理論³⁾における客観的不明量・主観的不明量に対応させようと考え、Fuzzy代数を用いて補正係数を算定することを試みる。さらに、Fuzzy確率の考え方をを用いることによって、先験的に求められている補正係数の分布をfuzzy化し、主観的な不確定性の影響を考慮した安全性指標の決定に導入することを考える。

2. Fuzzy代数を用いた安全性指標の決定法 補正係数 N_j に影響を及ぼす要因を $F_i (i=1, 2, \dots, n)$ とし、各要因に対して、その大きさ(Size) P_i と重要度(Weight) W_i を、設計者が主観的判断に基づき決定すると考える。この時、設計者の主観的な不確定性を考慮して、 $P_i \cdot W_i$ に対して、各 i に、帰属度関数 $\mu_{P_i}(u)$, $\mu_{W_i}(w)$ を規定する。ここで、 P_i と W_i の交わり $P_i \cap W_i$ をとると、

$$P_i \cap W_i = \int_{u,w} \mu_{P_i}(u) \wedge \mu_{W_i}(w) | (u, w) \quad (1) \quad (\text{但し、} a \wedge b \text{ は、} a, b \text{ の大きい方を表わす})$$

となり、 F_i のすべてに関する総合的な評価値 $P_i(u, w)$ は、以下のように計算できる。

$$P_i(u, w) = \sum_{i=1}^n (P_i \cap W_i) = \int_{u,w} \bigvee (P_i \cap W_i) = \int_{u,w} \bigvee (\mu_{P_i}(u) \wedge \mu_{W_i}(w)) | (u, w) \quad (2) \\ (\text{但し、} a \vee b \text{ は、} a, b \text{ の小さい方を表わす})$$

次に、 P_i と補正係数 N_j とを関係づけるために、以下のFuzzy関係 R を設定する。

R : 「もし P_i が small なら、 $K(N_j, v)$ は small, P_i が medium なら、 $K(N_j, v)$ は medium, P_i が large なら、 $K(N_j, v)$ は large」 (但し、 $K(N_j, v)$ は、核を表わすFuzzy集合とする。)

いま、small, medium, large に対して、各 l 、 $l=1, 2, 3$ を対応させ、 $K_l(N_j, v)$, $P_{il}(u)$ の帰属度関数を、それぞれ、 $\mu_{K_l}(v)$, $\mu_{P_{il}}(u)$ ($l=1, 2, 3$) とすると、Fuzzy関係 R は、

$$R(v, u) = \int_{v,u} \bigvee_l (\mu_{K_l}(v) \wedge \mu_{P_{il}}(u)) | (v, u) \quad (3)$$

と書ける。ここで、 P_i と R との合成 $R \circ P_i$ は、式(2)、式(3)より、次式のように表わされる。

$$R \circ P_i(w, v) = \int_{w,v} \bigvee_u (P_i(u, w) \wedge R(v, u)) | (w, v) \quad (4)$$

よって、式(4)より、 $K(N_j, v)$ の帰属度関数 $\mu_K(v)$ は、

$$\mu_K(v) = \int_v \bigvee_w R \circ P_i(w, v) | v \quad (5)$$

となる。いま、先験的に知られている補正係数 N_j の確率密度関数を $\phi(N_j)$ とすると、Fuzzy確率 $\hat{f}(N_j)$ は、

$$\hat{f}(N_j) = \int_v \mu_K(v) \cdot \phi(N_j + v) dv \quad (6)$$

として求められる。よって、主観的な不確定性によりfuzzy化された補正係数 N_j の確率密度関数 $f(N_j)$ は、

$$f(N_j) = \hat{f}(N_j) / \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(N_j) dN_j \quad (7)$$

となる。

いま、荷重 S 、抵抗 R 、モデル関数 g に対する補正係数を、各々、 N_s, N_R, N_g とし、performance function を、次のように仮定する。

$$\bar{Z} = N_g \cdot (N_R \cdot R - N_S \cdot S) \quad (8)$$

$R \cdot S \cdot N_g \cdot N_R \cdot N_S$ に対して、平均値、変動係数を、各々、 $(\mu_R, \sigma_R/\mu_R)$, $(\mu_S, \sigma_S/\mu_S)$, $(\bar{V}_g, \Delta_g)$, $(\bar{V}_R, \Delta_R)$, $(\bar{V}_S, \Delta_S)$ とすると、安全性指標 β は、一次近似を用いて次式のよう表わされる。

$$\beta = (\bar{V}_R \cdot \mu_R - \bar{V}_S \cdot \mu_S) / \sqrt{\Delta_g^2 (\bar{V}_R \mu_R - \bar{V}_S \mu_S)^2 + \mu_R^2 \bar{V}_R^2 \Delta_R^2 + \bar{V}_R^2 \sigma_R^2 + \mu_S^2 \bar{V}_S^2 \Delta_S^2 + \bar{V}_S^2 \sigma_S^2} \quad (9)$$

よって、式(7)によって得られた、各補正係数に対するfuzzy化された確率密度関数を用いて、 $(\bar{V}_g, \Delta_g)$, $(\bar{V}_R, \Delta_R)$, $(\bar{V}_S, \Delta_S)$ を求め、式(9)に代入することによって、工学的判断等に基づく主観的不確定性の影響を、安全性指標 β の計算に含めることとできる。

3. 数値計算例 簡単のために、ここでは、補正係数としてモデル化に関するもののみを採り、次の performance function を用いた。

$$\bar{Z} = N \cdot (R - S) \quad (10)$$

すなわち、構造物の安全性に影響を及ぼす要因として、Blackley によって示された 11 のパラメータを用い、Size 及び Weight に関する帰属度は、帰属度関数の標準関数として知られている、S 関数・π 関数・Z 関数によって与えられた、核 $K(N, v)$ の設定で、安全性指標の値に与える影響を及ぼすと考えられるが、ここでは、不確定性の与える場合には補正係数の曖昧さが増加するとの考えに立ち、図1に示す帰属度関数を持つ核を仮定した。さらに、 $R \cdot S$ に関しては、表1に示す設計条件を用いて計算を行なった。表2の Size 及び Weight によって計算を進め、まず、式(4)に示される $R \cdot P_T$ を求める。 $\mu_R(v)$ は、重要度の影響を考慮して、Weight が 0.6 ~ 1.0 の範囲で、式(5)より求めている。 N の先験的の確率密度関数 $\phi(N)$ を、図2の破線と示す一様分布 ($\bar{V}=1.0$, $\Delta=0.0579$) とすると、式(7)により $f(N)$ は実線のように求られ、変動係数の値も $\Delta=0.0799$ となる。そこで、表1の設計条件を用いて安全性指標 β を計算すると、 N の先験的の分布 $\phi(N)$ を用いた場合には、 $\beta=3.02$ 、fuzzy化された分布 $f(N)$ を用いた場合には、 $\beta=2.98$ となり、いくつかの要因に分類して工学的判断を導入すると、安全性指標の値は、以前より小さくなることとわかる。次に、全てのパラメータに関し、Size を large とおいた場合、および、small とおいた場合の安全性指標を求めると、表3のようになり、主観的不確定性が大きくなると、安全性指標の値が小さくなることとわかる。

$\mu_R=2200\text{kg/cm}^2$
$\mu_S=1400\text{kg/cm}^2$
$\sigma_R=220\text{kg/cm}^2$
$\sigma_S=140\text{kg/cm}^2$

表1. 設計条件

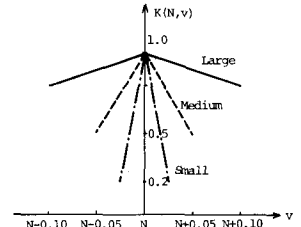


図1. 核 $K(N, v)$ の例

Parameter	Size	Weight
1	Small	Large
2	Medium	Medium
3	Medium	Very large
4	Large	Small
5	Large	Small
6	Medium	Medium
7	Small	Very large
8	Medium	Medium
9	Small	Small
10	Small	Small
11	Small	Small

表2. Size と Weight の例

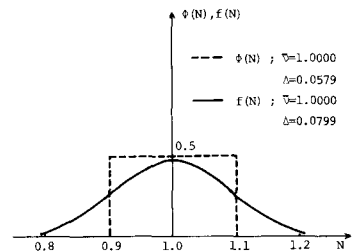


図2. $\phi(N)$ と $f(N)$

4. 結論および今後の課題

主観的な曖昧さを定量的に評価し、安全性指標の計算に導入するため、本研究では、Fuzzy 代数の考え方をを用いて補正係数を算定した。本研究により、種々の要因ごとに設計者の工学的判断を言語変数として与え、主観的な情報を定量的に組み込むことが可能になった。しかし、工学的に妥当な Fuzzy 関係および核の決定法、構造物の安全性に及ぼす要因の厳密な分析、帰属度関数の合理的な決定法などの問題は残されており、今後、主観的不確定性の安全性の尺度との関係を含め、さらに検討されることを希望したい。

(参考文献) 1) D.I. Blackley; "Predicting the Likelihood of Structural Accidents", Proc. ICE Vol. 59, 1975 2) C.B. Brown; "A Fuzzy Safety Measure", Proc. ASCE EM5, 1979 3) A.H.-S. Ang & M. Amin; "Safety Factors and Probability in Structural Design", Proc. ASCE ST7, 1969 4) 水本智晴; "最近の Fuzzy 集合理論", 数理科学 No. 191, 1979

表3. 安全性指標の値

全ての Size が Large の場合	$\beta=2.947$
全ての Size が Small の場合	$\beta=3.009$