

鳥取大学工学部 正会員 ○ 白木 渡
鳥取大学工学部 正会員 高岡 宣善

1. まえがき 圧縮部材は構造物全体の安全性に大きな影響を及ぼす重要な構造要素であり、これまで理論、実験の区別をとわず数多くの研究がなされている。その結果、圧縮部材の座屈強度の実験値は一般にばらつきがあり、これは元来不確定要因である部材の初期不整量（初期たわみ、残留応力、荷重偏心量）、材料特性値（降伏点応力、弾性係数）および部材寸法（細長比）等によることが明らかにされている。したがって、圧縮部材の設計と合理的に行うためには、まずこれらの不確定要因が部材の座屈強度に及ぼす影響を確率論的手法を用いて明らかにするとともに、従来からその不規則性が認められている作用荷重をも考慮した総合的な信頼性解析が必要である。このような観点から、著者らは確率論的手法を用いてより合理的に圧縮部材を設計することを目的として、時間に関して不規則に変動する荷重の作用をも考慮した圧縮部材の総合的な信頼性解析の研究を行って来た^{1)~3)}。ここでは、これまでの研究で得られた結果をもとに圧縮部材の信頼性設計に関して考察する。

2. 圧縮部材の信頼性の評価 圧縮部材に定常過程である軸圧縮応力 $\sigma_f(t) = N(t)/A$ ($N(t)$: 軸圧縮力; A : 部材の横断面積) が準静的に作用する場合を考える。いま、この確率過程 $\sigma_f(t)$ とその導関数 $\dot{\sigma}_f(t) = d\sigma_f(t)/dt$ および部材の座屈強度 σ_c は互いに統計的に独立で、かつ σ_c が確率変数であるとする。そうすると、この軸圧縮応力 $\sigma_f(t)$ が限界レベル、すなわち部材の座屈強度 σ_c を正の傾きで超過する超過確率の時間密度 p_+ は、次式で与えられる。
ここに、 $f_{\sigma_f}(\sigma_f)$, $f_{\dot{\sigma}_f}(\dot{\sigma}_f)$, $f_{\sigma_c}(\sigma_c)$ は、それぞれ $\sigma_f(t)$, $\dot{\sigma}_f(t)$, σ_c の確率密度関数である。

$$p_+ = \int_0^{\infty} f_{\sigma_c}(\sigma_c) f_{\sigma_f}(\sigma_c) d\sigma_c \int_{\sigma_c}^{\infty} f_{\dot{\sigma}_f}(\dot{\sigma}_f) \dot{\sigma}_f d\dot{\sigma}_f \quad (1)$$

軸圧縮応力 $\sigma_f(t)$ が部材の強度 σ_c を超過することと部材の破壊とすると、部材が十分な安全性を有するためには、 $\sigma_f(t)$ の期待値 $\bar{\sigma}_f$ が $\bar{\sigma}_f \ll \sigma_c$ となるような値で、 $\sigma_f(t)$ が σ_c を正の傾きで超過する現象がまれな事象となるものでなければならぬ。このような場合には、超過の事象はポアソン分布で近似でき、耐用期間 T における部材の全破壊確率 Q は次式のようになる。

$$Q = 1 - \int_0^{\infty} f_{\sigma_c}(\sigma_c) \int_0^{\sigma_c} f_{\sigma_f}(\sigma_f) d\sigma_f d\sigma_c \cdot \exp(-p_+ \cdot T) \quad (2)$$

式(2)を用いて圧縮部材の信頼性

を評価するためには、 σ_c のばらつきに影響を及ぼす部材の初期不整、材料特性値および部材寸法等の各不規則要因を考慮して確率論的手法により σ_c の確率密度 $f_{\sigma_c}(\sigma_c)$ と求める必要がある。これまでの研究^{1)~3)} においては、 σ_c に影響を及ぼす各不規則要因を正規確率変数として $f_{\sigma_c}(\sigma_c)$ を求め、作用荷重を正規確率過程として部材の破壊確率を計算して、部材の各不規則要因および作用荷重の不規則性が部材の信頼性に及ぼす影響を明らかにした。

3. 圧縮部材の信頼性設計と現行の規定 圧縮部材の信頼性設計を行うためには、現行の示方書で与えられているような圧縮部材の座屈曲線と一定の信頼度（あるいは破壊確率）のもとに、部材の座屈強度に影響を及ぼす各不規則要因および作用荷重の不規則性を表わす各不規則パラメータの種々の組合せに対して作成しておくことが必要である。これは次のようにすればよい。すなわち、まず部材強度の公称値 σ_{nom} (^{1)~3)} の研究では $\min(\bar{\sigma}_y, E/\lambda^2)$ ($\bar{\sigma}_y$: 降伏点応力の期待値; λ : 細長比の期待値; E : 弾性係数) で与えられる理想強度を用いた) を軸圧縮応力の期待値 $\bar{\sigma}_f$ で除した値と公称安全率 $\bar{L} (= \sigma_{nom}/\bar{\sigma}_f)$ とし、各不規則パラメータの種々の組合せに対して、 $\bar{L}$ と細長比の期待値 $\bar{\lambda}$ の値を変化させたときの部材の破壊確率 Q と式(2)を用いて計算する。つぎに、それらの値を用いて与えられた一定の信頼度 $(1.0 - Q)$ に対する $\bar{L}$ と $\bar{\lambda}$ の値を求める。そして、 $\bar{\sigma}_f = \sigma_{nom}/\bar{L}$ の関係を用いて軸圧縮応力の期待値 $\bar{\sigma}_f$ を求める。そうすると、与えられた一定の信頼度 $(1.0 - Q)$ のもとでの $\bar{\sigma}_f$ と $\bar{\lambda}$ との関係を示す曲線、すなわち圧縮部材の座屈曲線と不規則パラメータの種々の組合せに対して作成することができる。

以上示した手順に従って圧縮部材の座屈曲線を作成するわけであるが、ここでは、3)の研究でとり上げた初期

不整を有するH形断面圧縮部材を考える。すなわち、図-1で示すような両端ヒンジの圧縮部材に軸圧縮力 $N(t)$ が準静的に作用する場合を考え、部材は図-2(a)に示すようなH形断面のウェブを無視した理想断面で等方性の完全弾塑性材料で作られ、図-1に示す初期たわみ $y_0(x) = y_{0m} \sin(\pi x/l)$ および図-2(b)に示す残留応力を有しているものとする。

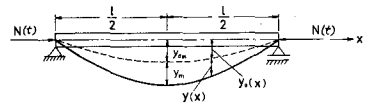


図-1

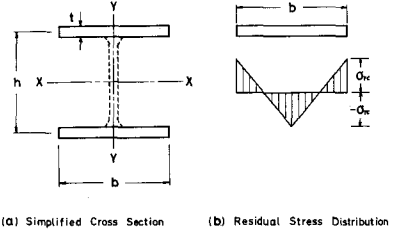


図-2

このようなH形断面圧縮部材の強度 σ_c のばらつきに影響を及ぼす軸圧縮力の偏心量の不規則性を表わすパラメータ D_1 、初期たわみの不規則性を表わすパラメータ D_2 、降伏点応力 σ_y 、残留応力 $\sigma_r (= \psi \sigma_y)$ および細長比 λ をそれぞれ正規確率変数、軸圧縮応力 $\sigma_y(t)$ を正規定常確率過程とした場合の部材の破壊確率を3)の研究で示した式を用いて計算し、一定の破壊確率 $Q_{ie} = 10^{-4}$ (非弾性圧縮部材ということ Q と Q_{ie} とした) に対する座屈曲線と上述した手順に従って描いたのが図-3, 4である。

図-3は強軸まわりの場合で、図-4は弱軸まわりの場合である。

計算は $100 \times 100 \times 8 \times 6 \text{ mm}$ のH形鋼のウェブを無視した断面に対して行った。図において、 D_1 : y_0 の分散; D_2 : y_0 の分散; V_{y_0} : y_0 の変動係数; σ_y : σ_y の期待値; V_{λ} : λ の変動係数; V_{σ_y} : $\sigma_y(t)$ の変動係数; α : $\sigma_y(t)$ の自己相関関数と特徴づける係数; T : 部材の耐用期間; ψ : 残留応力の大きさを表わす定数; ξ_x, ξ_y : それぞれ強軸および弱軸に関する核半径と回転半径との比である。また、図には我國の道路橋示方書⁴⁾における規定値のうち SS41 と SSS50 に対する曲線も示してある。このような図を各パラメータの種々の組合せに対して作成しておけば、与えられた一定の信頼度 (例えば 99.99% の信頼度) のもとでの圧縮部材の信頼性設計が、従来の設計と同様にしてできる。

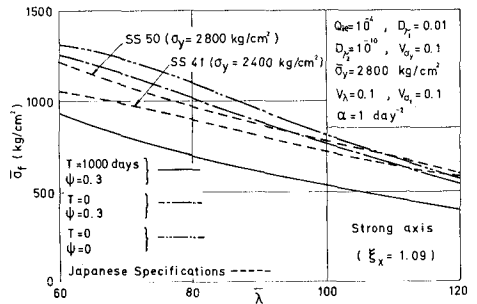


図-3

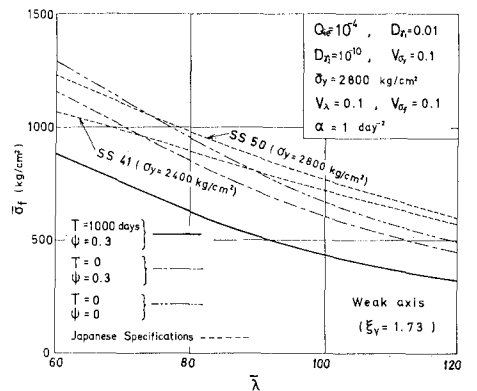


図-4

さて、最後に参考のため、本解析法による結果と我國の道路橋示方書⁴⁾の SS50 に対する現行の規定値との比較を行ってみる。そのため、部材強度の公称値 σ_{nom} として $\min(\sigma_y, \pi^2 E / \lambda^2)$ の代りに示方書で規定している値 $\sigma_{nom} = 1700 - 11.3(\lambda - 15) \quad (17 < \lambda < 86)$; $\sigma_{nom} = 1.2 \times 10^7 / (5700 + \lambda^2) \quad (\lambda > 86)$ を用いて、公称安全率を新たに λ^{**} と定義する。先に述べた手順に従って、 $Q_{ie} = 10^{-4}$ のもとでの λ^{**} と λ との関係と D_2 とパラメータによって示したのが図-5である。図からわかるように、弱軸に関する場合は $Q_{ie} = 10^{-4}$ にとどめるためには、細長比が大きくなるにつれて λ^{**} を大きくしなければならないが、強軸に関する場合は細長比の大小にかかわらず λ^{**} はほぼ一定値としてよい。本解析法による結果をもとにして考察すると、これは弱軸に関する場合、現行の規定は細長比が大きい場合は細長比が小さい場合に比べて少し危険側である。

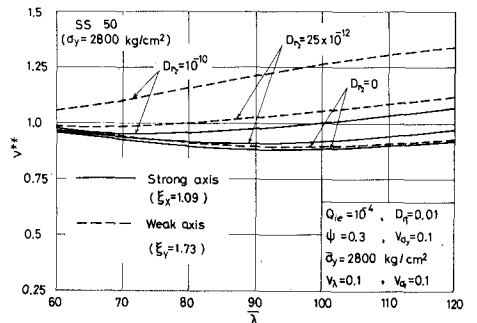


図-5

- 1) 白木 高岡: 圧縮部材の確率論的設計法, 土木学会第32回年次学術講演会, I-158.
- 2) 藤原 白木高岡: 初期不整を有する長方形断面圧縮部材の信頼性解析, 第33回年次学術講演会, I-144.
- 3) 白木 藤原 高岡: 初期不整を有するH形断面圧縮部材の信頼性解析, 第34回年次学術講演会, I-209.
- 4) 日本道路協会編: 道路橋示方書・同解説(昭和42年2月), 丸善, 1973.