

信州大学工学部 学生員 〇庭野 隆
信州大学工学部 正員 長 尚

1. まえがき

先にモンテカルロ法による、破壊確率の一計算法を提案し、計算の効率を左右するパラメーターの推定式を示した¹⁾。本文ではその推定式の妥当性について、具体的な計算例を用いて検討する。

2. 計算法および計算の効率を左右するパラメーターの推定式

まず、破壊確率 P_f は、多数の確率変数、 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \dots (1)$ の関数として表わされる破壊基準関数、 $Z_j = g_j(X)$ ($j=1, \dots, m$) $\dots (2)$ が1つでも負となる確率、 $P_f = 1 - P_f\{Z_1 > 0, Z_2 > 0, \dots, Z_m > 0\} \dots (3)$ を計算することとあるとして計算手順を示す。(a)変数 X を次の3つのグループに分ける。オ1番目はその変数の値が増大するとすべての Z_j が増大するような変数でこれを X_I とする。オ2番目はその変数の値が増大するとすべての Z_j が減少するような変数でこれを X_{II} とする。オ3番目はこれら2つのグループに属さない変数でこれを X_{III} とする。(b)全変数に対して整数 k を決める。この場合 X_{III} に属する変数に対しては $k=1$ とし、 X_I 、 X_{II} に属する変数に対しては、後述の式(7)を参考にし、式(4)の関係をを用いてなるべく個々の k の値が小さくなるように k を決める。(c) $I=0$ 、 $J=0$ とする。(d) $I=I+1$ とし、 $I>N$ (繰り返し回数)のときは、(h)へ行く。(e) X_I については仮の上限値 X_I^U (変数の値がこの値より小さくなる確率が $1/k$)以下の値を、 X_{II} については仮の下限値 X_{II}^L (変数の値がこの値より大きくなる確率が $1/k$)以上の値を、又 X_{III} については変数の全範囲を対象とした値を、それぞれの確率分布に従う乱数を発生させて作る。(f)前項で作った1組の変数を用いた場合、 $Z_j < 0$ のものが1つでもあれば $J=J+1$ とし次の(g)へ行く。1つもなければ(d)へ戻る。(g) X_I の値を $(k-1)$ 個 X_I^U より大きい範囲で作り、 X_{II} の値を $(k-1)$ 個 X_{II}^L より小さい範囲で作る。これらの値と前項で作った値も含めて、すべての変数の組み合わせ(ただし前項の組み合わせは除く)、 $(M-1)$ 組について、 $Z_j < 0$ となるものがあるかどうか調べ、その組数を J に加えて(d)へ戻る。ここに、 $M = \prod_{i=1}^n k_i \dots (4)$ である。(h) $P_f = J/(M \times N) \dots (5)$ 以上が本法の計算手順であるが、本法を用いた場合、単純なモンテカルロ法に比べて $1/k$ ($=\eta$)の時間で計算が可能で、それは次式で表わすことができる。 $\eta = \frac{1}{M} + P_f \sqrt{M} \sim \frac{1}{M} + 0.1 P_f \sqrt{M} \dots (6)$ とこでもし計算しようとする破壊確率の概略値が予想できれば、計算の効率を最も高くするパラメーター M は次式で推定することができる。 $M_{opt} = (2/P_f)^{2/3} \sim (20/P_f)^{2/3} \dots (7)$

3. 計算例

(I) 2層ラーメン(岡村・板垣共著「強度の統計的取り扱い」6.4に示されている例) 図-1に示す2層ラーメンの破壊確率の計算結果を示す。この例の確率変数は、強度すなわち全塑性モーメント $MP1, MP2, MP3, MP4$ 、および荷重 $L1, L2, L3, L4$ の計8個で、それぞれ次のようなワイブル分布に従うものとする。 $P(X) = 1 - \exp[-\{(X-X_L)/\xi\}^{3.2}] \dots (8)$ 各変数の X_L, ξ の値は表-1に示す。破壊機

表-1

	$MP1$	$MP2$	$MP3$	$MP4$	$L1$	$L2$	$L3$	$L4$
X_L	278	469	300	589	18	18	25	25
ξ	53	89	57	112	29	29	39	39

構は26形式考えたので $m=26$ である。

二の両側の破壊基準関数の一般形は、 $Z_j = \sum a_k^j M_{Pk} - \sum b_k^j L_k \dots (9)$ となり、 $a_k^j, b_k^j \geq 0$ であるから、確率変数をグループ分けすると、 $MP1 \sim MP4$ が X_I 、 $L1 \sim L4$ が X_{II} 、 X_{III} はない。図-2は表-2に示す色々な k を与えて、破壊確率を本法により計算し、それに要した計算時間と、単

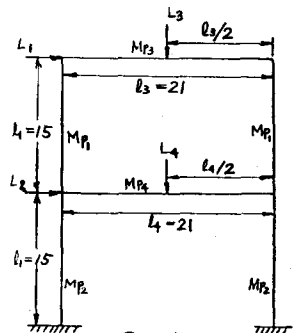


図-1

純な方法で計算した
時間とを比較してK
を求め、MとKの関
係をプロットしたも
のである。図中の K^u
, K^l は式(6)の逆数

で、 $P_f = 0.0003$ とし
てKの値の推定値を
示したものである。なお表-2には、各肥に対応するMの値と、
式(7)から計算される $Mopt$ の推定値が示されている。

(II) 門形ラーメン (D. Frangpal & J. Randal : Optimum

Probability-
Based Design
of Plastic
Structures,
Engineering
Optimization
, Vol. 3, pp
17~25, 1977.

に示されてい
る例) 用紙
の都合で具体
的な数値は省
略するが、強
度および荷重
が正規分布に

表-3

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	M	$Mopt$
A	A1	2	(1)	2	2	8	40 185
	A2	4	(4)	3	3	36	
	A3	4	(4)	4	4	64	
	A4	5	(5)	5	5	125	
	A5	6	(6)	6	6	216	
	B1	1	(1)	8	1	8	
	B2	1	(1)	20	1	20	
	B3	1	(1)	36	1	36	
	B4	1	(1)	64	1	64	
	B5	1	(1)	100	1	100	
B	A1	5	(5)	5	4	100	85 4000
	A2	10	(10)	9	9	810	
	A3	10	(10)	10	10	1000	
	A4	15	(15)	15	15	3375	
	B1	1	(1)	100	1	100	
	B2	1	(1)	400	1	400	
	B3	1	(1)	800	1	800	
	B4	1	(1)	1200	1	1200	
	C1	400	(400)	1	1	400	
	C2	800	(800)	1	1	800	
C	A1	10	(10)	10	10	1000	4000 18500
	A2	15	(15)	15	15	3375	
	A3	16	(16)	16	16	4096	
	A4	20	(20)	20	20	8000	
	B1	1	(1)	1000	1	1000	
	B2	1	(1)	4000	1	4000	
	B3	1	(1)	8000	1	8000	

従う門形ラーメンに、3種類の強度を用いた場合につ
いて、前例と同じようなMとKの関係が推定値と共に
図-3~5に示されている。ただしこの例では、 k_1 と
 k_2 の間には完全な相関があるとしているので、 $M = k_1$
 $\times k_3 \times k_4$ となる。

4. 考察

前節の図表から、式(6)に示した計算の効率の推定
が実例ともかなり合うことがわかる。又式(7)から求
められる、計算の効率を高めるパラメーターの推定値
は充分実用上利用できる程度のものであるといえる。
なお肥の値はなるべく小さく分散させた方が計算の効
率が上がっていることも実例で示されている。

参考文献 1)長尚地：破壊確率の一計算法について、
土木学会中部支部昭和54年度研究発表会概要集。

表-2

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	M	$Mopt$
A1	2	1	1	2	2	1	1	2	16	354 1644
A2	2	1	1	2	5	1	1	2	40	
A3	2	2	2	1	2	2	2	2	128	
A4	2	2	2	2	2	2	2	2	256	
A5	2	2	2	2	3	2	2	2	384	
A6	2	2	2	2	4	2	2	2	512	
A7	4	2	2	2	4	2	2	2	1024	
A8	4	2	2	2	4	4	2	2	2048	
B1	1	1	1	1	50	1	1	1	50	100 200 350 300
B2	1	1	1	1	100	1	1	1	100	
B3	1	1	1	1	200	1	1	1	200	
B4	1	1	1	1	350	1	1	1	350	
B5	1	1	1	1	500	1	1	1	500	

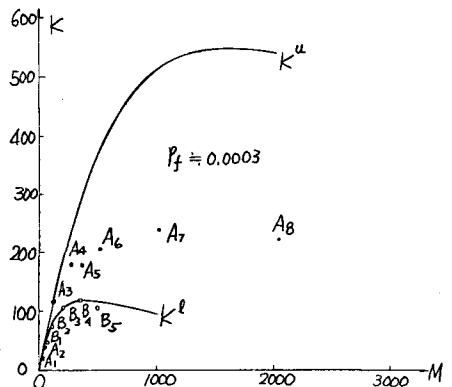


図-2

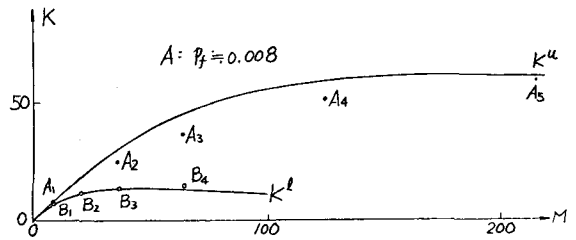


図-3

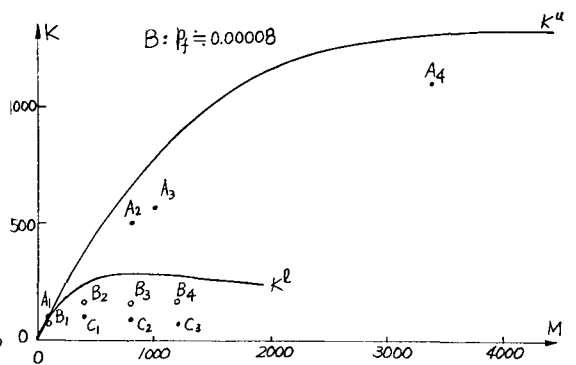


図-4

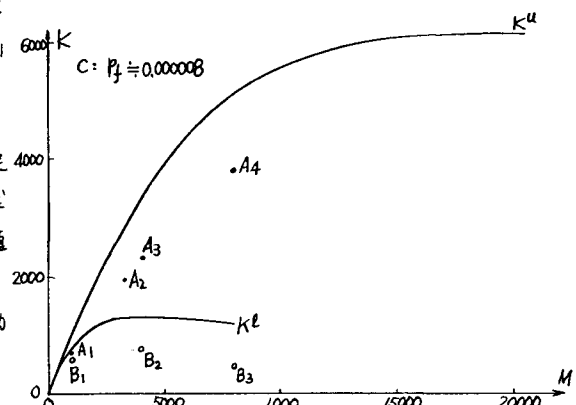


図-5