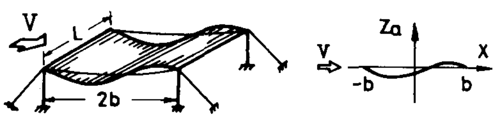
I-315　一方向型吊屋根構造のフラッタについて

九州産業大学工学部　正員　吉村 健[o]

九州大学応用力学研究所　正員　中村泰治

九州産業大学工学部　学生員　鹿庭和史

[1] まえがき　一方向型吊屋根構造は，進行波状モードのフラッタを生じる。川村らの実験結果によれば，その振動モードは異なる二種の定常波（たとえば，$A_1\cos\frac{\pi}{2}x^*\cdot\sin\omega t$ と $A_2\sin\pi x^*\cdot\sin(\omega t-\varphi)$。$|x^*|\leq 1$，$t$ は時間）の合成波に類似している[1]。そこで，本研究では，この種のフラッタを，異なる二種の曲げの固有振動に関する2自由度フラッタとみなし，非定常翼理論を用いてフラッタ解析を試みた。その解析法について以下に記す。



（図-1）

[2] 解析法　図-1に示す解放型の一方向型吊屋根構造（スパン長×幅＝$2b\times L$）に，主ケーブル方向の気流が作用する場合を考える。こゝでは次のことがらを仮定する。①流れの場は二次元，②サグ比は小，③曲げ剛性は無視，④振動振幅は微小。以上の仮定より，系の固有振動は弦に対する固有振動で近似され，かつ，振動時における張力 H は一定としてよい。

さて，本研究では，吊屋根のフラッタを，異なる二種の固有振動に関する2自由度フラッタとして解析するのであるから，系の変位は，

$$z_a(x^*,t)=\Phi_m(x^*)\cdot q_m(t)+\Phi_n(x^*)\cdot q_n(t) \quad\cdots\cdots(1)$$

で表わされる。こゝに，$x^*=x/b$ であり，

$$\Phi_j(x^*)=\cos\frac{2j-1}{2}\pi x^*,\ \text{あるいは}\ \sin j\pi x^*,\ (j=1,2,\cdots)\quad\cdots\cdots(2)$$

は正規モード（正規化条件式：$\int_{-1}^{1}M\Phi_j^2(x^*)dx^*=M$），$M$ は単位スパン長あたりの質量，$q_j(t)$ は一般座標である。系の運動エネルギー $T=\frac{1}{2}Mb\int_{-1}^{1}\left(\frac{\partial z_a}{\partial t}\right)^2dx^*$ とポテンシャルエネルギー $V=\frac{1}{2}\frac{H}{b}\int_{-1}^{1}\left(\frac{\partial z_a}{\partial x^*}\right)^2dx^*$ をラグランジュの運動方程式に代入すると，次式を得る。

$$\left.\begin{aligned}\ddot{q}_m(t)+\omega_m^2q_m(t)&=Q_m(t)\Big/Mb\int_{-1}^{1}\Phi_m^2(x^*)dx^*\\ \ddot{q}_n(t)+\omega_n^2q_n(t)&=Q_n(t)\Big/Mb\int_{-1}^{1}\Phi_n^2(x^*)dx^*\end{aligned}\right\}\cdots(3)$$

こゝに，$\omega_j=\frac{j\pi}{2b}\sqrt{\frac{H}{M}}$ は j 次の固有円振動数であり，一般力 $Q_j(t)$ は，屋根面に作用する非定常差圧を $\Delta p_a(x^*,t)$ と書くと，

$$Q_j(t)=-bL\int_{-1}^{1}\Delta p_a(x^*,t)\cdot\Phi_j(x^*)dx^* \quad\cdots\cdots(4)$$

で与えられる。フラッタ限界風速においては，系は単弦振動するから，$Q_j(t)=\bar{Q}_j\cdot e^{i\omega t}$，$\Delta p_a(x^*,t)=\Delta\bar{p}_a(x^*)\cdot e^{i\omega t}$ と書くと，$\Delta\bar{p}_a(x^*)$ は次式で表わされる[2]。

$$-\Delta\bar{p}_a(x^*)=\frac{2}{\pi}\rho V\oint_{-1}^{1}\bar{w}_a(\xi^*)\left[\sqrt{\frac{1-x^*}{1+x^*}}\sqrt{\frac{1+\xi^*}{1-\xi^*}}\left\{\frac{1}{x^*-\xi^*}+\left[1-C(k)\right]\right.\right.$$
$$\left.-ik\Lambda(x^*,\xi^*)\right]d\xi^* \quad\cdots\cdots(5)$$

こゝに，

$$\Lambda(x^*,\xi^*)=\frac{1}{2}\ln\left[\frac{1-\xi^*x^*+\sqrt{1-\xi^{*2}}\sqrt{1-x^{*2}}}{1-\xi^*x^*-\sqrt{1-\xi^{*2}}\sqrt{1-x^{*2}}}\right]\cdots\cdots(6)$$

$$\bar{w}_a(x^*)\cdot e^{i\omega t}=\frac{\partial z_a}{\partial t}+\frac{V}{b}\frac{\partial z_a}{\partial x^*}\quad\cdots\cdots(7)$$

であり，ρ は空気密度，V は風速である。式(2)と式(5)を式(4)に代入し，文献(2),(3)を参照して式(4)の2重積分を行なうと $Q_j(t)$ が得られる。

結局，$\tau=Vt/b$（無次元時間），$M/\rho b^2=\sigma$（無次元質量）と書くと，フラッタにおける運動方程式(3)は，

$$\left.\begin{aligned}q_m''(\tau)+k_m^2q_m(\tau)&=\frac{1}{\sigma}\{A_m(k)q_m(\tau)+A_n(k)q_n(\tau)\}\\ q_n''(\tau)+k_n^2q_n(\tau)&=\frac{1}{\sigma}\{B_m(k)q_m(\tau)+B_n(k)q_n(\tau)\}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(8)$$

となる。こゝに，$k_j=\omega_jb/V$。$A_m(k)\sim B_n(k)$ は無次元振動数 $k=\omega b/V$ の関数であり，Theodorsen 関数ならびに j 次の第1種ベッセル関数 $J_j(\frac{k}{2}\tau)$ の j に関する級数和で表わされる空気力係数である。

[3] むすび　一方向型吊屋根構造のフラッタについて，2自由度フラッタとみなした解析を試みたが，本解析法による理論値と風洞実験結果との比較検討，ならびにフラッタの発生機構に関する考察については，当日発表の予定である。

参考文献 (1) 日本鋼構造協会編：吊構造，コロナ社，S.50.

(2) Schwarz : Luftfahrtforschung, Bd.17, Nr.11/12 1940.

(3) Söhngen : Mathem. Z. Bd. 45, 1939.