

電力中央研究所 正員 塩尻弘雄

電力中央研究所 正員 青柳 栄

1. まえがき 重力式ダムの耐震性については、わが国において大規模な重力式ダムが建設されて以来、幾度か大地震を経験したが大きな被害を受けた報告はなく、現設計法による耐震設計手法は信頼性のあるものと判断される。しかし最近の耐震設計手法の発展に伴ない、重力式ダムについてもより合理的な耐震設計が要望されている。重力式ダムの地震応答に貯水池の動水圧が大きな影響を及ぼすことは多くの報告で指摘されている。また、ダムのロッキングや、地中へのエネルギー放散にもとづく減衰効果もダムの振動特性を大きく左右する。従って貯水池や地盤との相互作用を考慮してダムの地震応答を求めることが望ましい。ところで、従来の研究は大部分ダム-貯水池系の連成振動あるいはダム-地盤系の連成振動のいずれかが、両者の組合せにとどまり、完全なダム-貯水池-地盤系の連成振動解析にはなっていない。即ち、貯水池底での地盤と貯水池の相互作用は無視されている。貯水池底での音波吸収は動水圧に大きな影響を及ぼす。ダム付近の貯水池底はダムの振動に伴ない変形し動水圧を発生させる。また、ダムと貯水池の存在によりダムや貯水池への入力地震波も変化すると考えられる。これらの効果は地盤と貯水池の相互作用を考慮に入れないと解析できない。ダム、貯水池、地盤のすべてを有限要素法で解析すれば地盤と貯水池の相互作用も考慮できるが、地盤、貯水池へのエネルギー透散に伴ない減衰効果を調べるだけ十分広い領域を解析しようとするれば、計算量は膨大となる。ここではLysmer¹⁾が提案した固体に対する半無限要素を発展させ、水と固体の両者を含む半無限要素の開発を行い、自由度を過大に小さくことなくダム-貯水池-地盤系の連成振動解析が可能な解析方法を提案する。

2. 解析法 図-1のように解析領域を3つに分割する。領域Ⅰは任意の形状、物性を有してよく、不規則領域と呼び、領域Ⅱ、Ⅲについては水平方向に物性、形状が変化しないものとし、規則領域と呼ぶ。不規則領域は有限要素法で解析を行い、規則領域は半無限要素で代表する。図-2のように規則領域の水部をN-1層、地盤部をM層に分割する。水の粘性を無視し、速度ポテンシャルφが存在し次式のようにあらわされるものとする。

$$\phi(x,y,t) = \phi_0(y) e^{i(\omega t - ax)} \quad \text{----- (1)}$$

変位を微小と仮定すれば運動方程式と境界での条件は次式で与えられる。

$$\text{運動方程式} \quad \frac{\rho_w}{c^2} \omega^2 \phi_0 + \rho_w \left(\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial y^2} \right) = 0 \quad \text{----- (2)}$$

$$\text{水面の境界条件} \quad \rho_w \frac{\partial \phi_0}{\partial y} = \frac{\rho_w}{g} \omega^2 \phi_0 \quad \text{----- (3)}$$

$$\text{地盤との境界条件} \quad \rho_w \frac{\partial \phi_0}{\partial y} = i\omega \rho_w U_{y0} \quad \text{----- (4)}$$

$$\text{地盤との境界の動水圧} \quad P_w = -i\omega \rho_w \phi_0 e^{i(\omega t - ax)} \quad \text{----- (5)}$$

ここで、 ρ_w 、 c は水の密度と音速、 U_{y0} は地盤のy方向変位振幅である。第i層内でφ₀がy方向に線型に変化するものとしてガレルキン法で定式化すれば次式を得る。

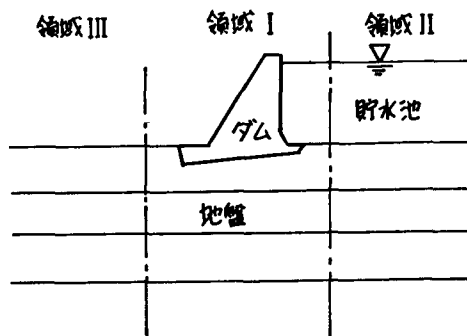


図-1 解析モデル

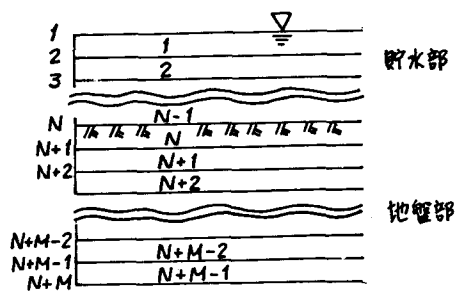


図-2 規則領域の分割

$$(\omega^2 [M_{\phi e}]_i - [K_{\phi e}]_i - \alpha^2 [\lambda_{\phi e}]_i) \{\phi_{oe}\}_i + \{f_{\phi e}\}_i = 0 \quad (6)$$

$$\text{ただし, } \{\phi_{oe}\}_i = \{\phi_{o,i}, \phi_{o,i+1}\}^T, \{f_{\phi e}\}_i = \left\{ \rho_w \left(\frac{\partial \phi_o}{\partial z} \right)_{i,i}, -\rho_w \left(\frac{\partial \phi_o}{\partial z} \right)_{i,i+1} \right\}^T$$

$$\left\{ [M_{\phi e}]_i = \frac{\rho_w L_i}{c^2} \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix}, [K_{\phi e}]_i = \frac{\rho_w}{L_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, [\lambda_{\phi e}] = \rho_w L_i \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \right\} \quad (7)$$

ここで、 L_i は i 層の厚さ、添字 i は i 層目の境界での値を示す。地盤部については、Lysmer の述べた方法により、第 j 層の運動方程式は次のように与えられる。

$$(\omega^2 [M_e]_j - [K_e]_j - \alpha^2 [\lambda_e]_j - i\alpha [A_e]_j) \{u_{oe}\}_j + \{f_e\}_j = 0 \quad (8)$$

$$\text{ただし, } \{u_{oe}\}_j = \{u_{xo,j}, u_{yo,j}, u_{xo,j+1}, u_{yo,j+1}\}^T, \{f_e\}_j = \{O_{yo,j}, \tau_{xyo,j}, O_{yo,j+1}, \tau_{xyo,j+1}\}^T$$

$$\left\{ [M_e]_j = \rho_j L_j \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 1/6 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/6 \\ 1/6 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/6 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}, [\lambda_e]_j = L_j \begin{bmatrix} 1/2(\lambda_j + 2G_j) & 0 & 1/6(\lambda_j + 2G_j) & 0 \\ 0 & G_j/3 & 0 & G_j/6 \\ 1/6(\lambda_j + 2G_j) & 0 & 1/3(\lambda_j + 2G_j) & 0 \\ 0 & G_j/6 & 0 & G_j/3 \end{bmatrix}, [A_e]_j = \begin{bmatrix} 0 & 1/2(G_j + \lambda_j) & 0 & -1/2(G_j + \lambda_j) \\ 1/2(G_j - \lambda_j) & 0 & -1/2(G_j + \lambda_j) & 0 \\ 0 & 1/2(G_j + \lambda_j) & 0 & 1/2(G_j - \lambda_j) \\ 1/2(G_j + \lambda_j) & 0 & 1/2(G_j + \lambda_j) & 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (9)$$

$$O_y = O_{yo} e^{i(\omega t - \alpha x)}, \tau_{xy} = \tau_{xyo} e^{i(\omega t - \alpha x)}$$

ここで、 O_y, τ_{xy} は y 方向直応力、せん断応力であり、 ρ_j, λ_j, G_j はそれぞれ第 j 層の密度、ラーメの定数である。これらすべての層について重ね合せて次式を得る。

$$(\omega^2 [M_\phi, 0] - [K_\phi, 0] - i\alpha [0, 0] - i\omega [0, L] - \alpha^2 [\lambda_\phi, 0]) \{\phi_o\} + \{0\} = 0 \quad (10)$$

$$\left\{ [M_\phi, 0] = \begin{bmatrix} M_\phi & 0 \\ 0 & M_\delta \end{bmatrix}, [K_\phi, 0] = \begin{bmatrix} K_\phi & 0 \\ 0 & K_\delta \end{bmatrix}, [0, 0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_\delta \end{bmatrix}, [0, L] = \begin{bmatrix} 0 & L \\ -L & 0 \end{bmatrix}, [\lambda_\phi, 0] = \begin{bmatrix} \lambda_\phi & 0 \\ 0 & \lambda_\delta \end{bmatrix} \right\}$$

ここで、 $K_\phi, K_\delta, A_\delta, \lambda_\phi$ 等の行列は、それぞれ $[K_{\phi e}]_i, [K_e]_j, [A_e]_j, [\lambda_{\phi e}]_i$ 等の要素行列をすべての層について重ね合したもので、 ϕ_o, u_o は、 $\phi_{o,i}, u_{o,i}$ 等を要素とするベクトル、 M_ϕ は $[M_{\phi e}]_i$ を重ね合せ、式(2)を考慮して修正したもの、 L は式(4)、(5)より得られる行列である。規則領域より不規則領域に加えられる節点力は次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} f_\phi \\ f_\delta \end{Bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_\delta \end{bmatrix} + (-i\alpha) \begin{bmatrix} E_\phi & 0 \\ 0 & E_\delta \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \phi_o \\ u_o \end{Bmatrix} \quad (11)$$

ここで、 f_ϕ, f_δ はそれぞれ水部、地盤部の節点に加えられる節点力、 $D_\delta, E_\phi, E_\delta$ はそれぞれ次式で与えられる $[D_{\phi e}]_i, [E_\phi]_i, [E_\delta]_j$ を全層について重ね合せたものである。

$$\left\{ [D_{\phi e}]_i = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\lambda_i}{2} & 0 & -\frac{\lambda_i}{2} \\ \frac{G_i}{2} & 0 & -\frac{G_i}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_i}{2} & 0 & -\frac{\lambda_i}{2} \\ \frac{G_i}{2} & 0 & -\frac{G_i}{2} & 0 \end{bmatrix}, [E_\phi]_i = \begin{bmatrix} \frac{\rho_w L_i}{3} & \frac{\rho_w L_i}{6} \\ \frac{\rho_w L_i}{6} & \frac{\rho_w L_i}{3} \end{bmatrix}, [E_\delta]_j = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_j + 2G_j}{3} & 0 & \frac{\lambda_j + 2G_j}{6} & 0 \\ 0 & \frac{G_j}{3} & 0 & \frac{G_j}{6} \\ \frac{\lambda_j + 2G_j}{6} & 0 & \frac{\lambda_j + 2G_j}{3} & 0 \\ 0 & \frac{G_j}{6} & 0 & \frac{G_j}{3} \end{bmatrix} \right\} \quad (12)$$

式(10)において $f_o = 0$ とおき ω を固定すれば α についての固有値問題となる。領域 II については α の虚部が負のもののみ存在を許される。 α が実数の場合、次式で与えられる正方向への単位時間当りの平均エネルギー消散量が正のものが存在を許される。あとの手順は Lysmer の述べているとおりである。

$$\text{単位時間当り平均エネルギー消散量 } E = \text{Re} \left\langle \frac{1}{2} i \omega \begin{Bmatrix} \phi_o \\ u_o \end{Bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_\delta \end{bmatrix} - i\alpha \begin{bmatrix} E_\phi & 0 \\ 0 & E_\delta \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \phi_o \\ u_o \end{Bmatrix} \right\rangle \quad (13)$$

ここで ϕ_o, u_o は ϕ, u の共役をあらわす。手順の詳細と計算例は紙面の都合上、当日発表する。

参考文献

1) Lysmer, J. and L.A. Drake ; "A Finite Element Method for Seismology", in Vol II of Methods of Comp. Physics, Academic Press