

(株) 神戸製鋼所 正 頭井 洋
 “ “ 新家 徹

1 まえがき

円筒貯槽の耐震性の検討に際しては、地震外力をスロッシングに関連した変位型の長周期地震動と加速度型の短周期地震動に分けて考える事ができる。従来の耐震設計では側板の弾性変形を無視した Housner 理論や速度ポテンシャル理論が用いられてきたが、最近の研究により液体と側板弾性変形との連成効果の影響が短周期地震動に対しては無視できない事が明らかにされている。すなわち容器を梁で近似した方法⁽¹⁾⁽²⁾や FEM による円筒シェル液体連成振動解析⁽³⁾等が提案され、場合により側板を剛とした時の 2 倍以上の動液圧が生じる事等が示されている。容器を梁で近似する方法は簡便な方法であるが高さが低くなると断面変形の影響によりシェル理論との相違が大きくなり実際に用いられる事の多い貯槽にはそのまま使用できない。断面のオーバル変形を考慮した梁モデルによる解析として高さ方向に $\sin$ 分布すると仮定した浅井等による固有振動解析⁽²⁾、坂井等による FEM 解析⁽⁴⁾等が提案されている。本文では、液体に速度ポテンシャル理論容器にはシェル膜理論より導かれるオーバル変形を考慮した曲げせん断梁理論を用いた固有振動解析および地震応答解析について報告する。

2 理論

液体は、非粘性、非圧縮、渦無しとし短周期地震動を対象としているので自由表面での波高は小さいとする。この時、速度ポテンシャル ψ は図 1 の座標を用いて次のように表わされる。

$$\psi(r, \theta, x, t) = -\frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_1(\lambda_n r) \cos \theta \cdot \cos(\lambda_n x)}{-\frac{1}{a} I_1(\lambda_n a) + \frac{\lambda_n}{a} I_0(\lambda_n a)} \times \int_0^h \{(\dot{y} + \dot{w}_0) + \dot{u}_g\} \cos(\lambda_n x) dx \quad (1)$$

ここで $\lambda_n = (n + 1/2)\pi$, $I_1(x)$, $I_0(x)$ は 1 次および 0 次の第一種変形 Bessel 関数である。また y は容器の梁たわみ、 w_0 は図 2 に示すように同方向に $\cos \theta$ 分布すると仮定したオーバル変形の $\theta = 0$ における変形である。動液圧 P は液体の単位質量を ρ_w として次式から求められる。 $P(r, \theta, x, t) = -\rho_w \cdot \partial \psi(r, \theta, x, t) / \partial t \quad (2)$

梁のたわみ y , たわみ角 ψ , 曲げモーメント M , せん断力 Q の間には次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} M &= -EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}, \quad Q = kGA \left(\frac{\partial y}{\partial x} - \psi \right), \quad \frac{\partial M}{\partial x} = Q \\ \frac{\partial Q}{\partial x} &= \rho_s A \ddot{y} + \pi a h \rho_s \ddot{w}_0 + \rho_{xw} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに ρ_{xw} は動液圧による単位長当りせん断力、 ρ_s は容器の単位質量である。つぎにシェル膜理論の基礎式を用いてオーバル変形に関する式を導く。図 1 に示したシェルの変位 w は梁のたわみ y , オーバル変形 w_0 を用いて次のように表わされる。

$$v = -y \sin \theta, \quad w = (y + w_0) \cos \theta \quad (4)$$

接線方向、半径方向の外力 P_θ, P_r は次のようになる。

$$P_\theta = -\rho_s h \ddot{v}, \quad P_r = -\rho_s h \ddot{w} - P(\theta, x, t) r a \quad (5)$$

断面力 N_x, N_θ と変位、外力との間には次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \frac{M}{\pi a^2} \cos \theta, \quad N_x = B \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{a} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ N_\theta &= a P_r, \quad N_\theta = B \left(\frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{a} + \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに $B = Eh / (1 - \nu^2)$, ν : ポアソン比である。

まず容器液体連成系が、振動数 ω で調和振動している場合を考える。この時式 (4) (5) (6) よりオーバル変形に関する次式が得られる。

$$w_0^* = F Y^* - \frac{1}{R_h} \frac{F}{\Omega^2} M^* + 2 \frac{g}{R_p} F \cdot \omega L(\bar{x}) \quad (7)$$

ここで α, β, R_h は容器形状より定まる無次元値、 Ω は無次元化した振動数、 R_p は液体と容器の質量比を表わしている。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= l/a, \quad \beta = h/a, \quad R_h = h/h_0 \\ \Omega &= \omega l \sqrt{\rho_s E}, \quad R_p = \rho_w / \rho_s \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

h_0 は標準板厚である。また F, F^* はオーバル変形を表す無次元値である。

$$F = \Omega^2 / (\alpha^2 - \Omega^2), \quad F^* = \nu \alpha^2 F \quad (9)$$

$\omega L(\bar{x})$ は動液圧を表す項で次式で与えられる。

$$\omega L(\bar{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} FB(\lambda_n / a \delta) \cdot \cos(\lambda_n \bar{x} / \delta) \cdot \int_0^{\delta} (Y^* + w_0^*) \cos(\lambda_n \bar{x} / \delta) dx \quad (10)$$

ここに

$$FB(\lambda_n / a \delta) = I_1(\lambda_n / a \delta) / \{-\alpha \delta I_1(\lambda_n / a \delta) + \lambda_n I_0(\lambda_n / a \delta)\}$$

ここで $\bar{x} = x/l$, $S = H/l$ である。以上の諸式から変位・断面力に関する次の一次常微分方程式が得られる。

$$\frac{d}{d\bar{x}} \begin{Bmatrix} Y^* \\ \Psi^* \\ M^* \\ Q^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 & E^*/2d^3R_h \\ 0 & 0 & -1/R_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{41} & 0 & F^* & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} Y^* \\ \Psi^* \\ M^* \\ Q^* \end{Bmatrix} \dots (11)$$

ここに $A_{41} = -\{(2+F)d^2R_h\Omega^2 + (1+F)ma\}$
 $ma = \frac{2}{\gamma^*} \Omega^2 R_g \cdot R_h \cdot \frac{\alpha}{\beta} \omega L(L)$, $E^* = E/\kappa G$

式(11)における ma は動液圧による付加質量で、 Y^* および ω_0^* の関数となっている。オーバル変形を考慮しない場合には $F=0$ とおけばよく、液体を含まない場合には $ma=0$ とおけばよい。式(11)に伝達マトリックス法を適用し固有振動数および固有モードを求めた。固有振動数固有モードが求まれば *Lagrange* の運動方程式より各次数ごとの振動方程式が得られモーダル解析の手法を用いて地震応答解析が行える。

3 計算例

表1は空気中での薄肉円筒シェルの固有振動数の厳密解と本手法による計算値とを比較したものである。曲げせん断変形に加えオーバル変形を考慮すると高次モードについても厳密解に近い値が得られている。図3は円筒貯槽について坂井等のシェルモデルを用いたFEM計算値と本手法による計算値とを比較したものである。固有振動数は $f = \sqrt{Eh/\rho_w D^2} H$ で与えられる。オーバル変形を無視した梁モデルでは H/D が1より小さくなるとシェルモデルとの相違が大きくなる。一オオーバル変形を考慮すると H/D が小さい場合についてもシェルモデルと良く一致している。図4は梁のたわみモード Y^* 、オーバル変形モード ω_0^* および動液圧モード P を示している。

破線は曲げせん断梁モデル、実線はオーバル変形を考慮した曲げせん断梁モデルの計算値を示

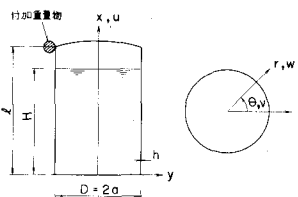


図1 タンク形状と座標系

表1 円筒シェルの固有振動数

モード名	1	2	3	4
せん断梁	1843	5529	9215	12901
曲げ梁	1657	10381	29068	56968
曲げせん断梁	1244	4336	8500	12313
曲げせん断梁+オーバル変形	1237	4223	7288	8844
シェル厳密解	1205	3818	6817	9147

$L = 12 \text{ inch}$, $a = 3 \text{ inch}$, $h = 0.01 \text{ inch}$
 $E = 29.6 \times 10^6 \text{ psi}$, $\nu = 0.29$, $\rho_s = 0.733 \times 10^{-3} \text{ lb-sec}^2/\text{inch}^4$

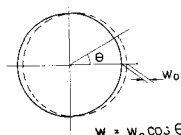


図2 オーバル変形モード

している。 $H/D=2$ の場合にはオーバル変形も小さく動液圧分布にも両者の差はあまりみられない。 H/D が小さくなるにつれてオーバル変形が大きくなり $H/D = 0.5$ では動液圧分布にも両者の間かなりの相違がみられる。その他の計算例については講演会当日報告させていただく。

4 あとがき

本文で述べた手法は、比較的簡単な手法でシェルモデルを用いた計算値に近い値が得られる。しかし *Clough* 等が指摘しているようにより詳細には周方向高次モードも含めたシェル液体連成振動として取扱う必要がある。今後本手法を発展させて検討を進めたい。

参考文献

- 1) 白井他 "液体を含む自立形薄肉円筒タンクの地震応答解析" 三菱重工技報 Vol. 12, No. 3, 1978
- 2) 浅井他 "固定屋根を有する円筒液体タンクの耐震設計 (第1報)" 圧力技術 17巻3号, 1979
- 3) 坂井他 "有限要素法による大型液体タンクの地震応答解析", 川崎技報 59号, 60号, 1976
- 4) 坂井他 "円筒液体タンクの簡易振動解析法について", マトリックス解析研究発表論文集, 1979
- 5) DENNIS F. VRONAY, "Free Vibration of Circular Cylindrical Shells of Finite Length" AIAA. J. Vol 8, No3 1972
- 6) D.P. Clough & R.W. Clough "Earthquake Simulator Studies of Cylindrical Tanks" Nucl Eng. 1978

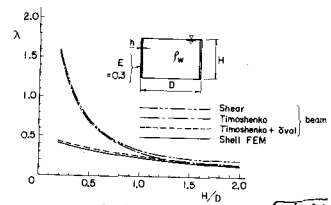


図3 円筒貯槽の固有振動数 $f = \sqrt{Eh/\rho_w D^2} H$

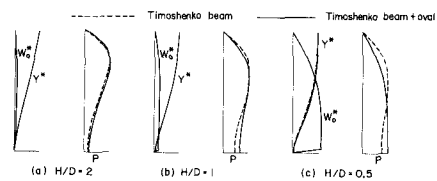


図4 固有モード