

北海道大学 正員 能町純雄
 苫小牧商専 正員 ○澤田知之

1. まえがき

本論は、橋梁や落鈎炉等の大型構造物の基礎として用いられている鋼管矢板井筒基礎構造を取り上げ、固有振動解析を行なったものである。本解析においては互いに隣接する杭の継手を力学的バネと考え、個々の杭要素が受け持つ力はその継手に生ずる伝達力と地盤反力であることに論拠を置いている。質量は深さ方向の線分布集中質量が、杭要素中心に存在するものとしてカウツリ合式を導く。杭は基底で固定、地表で自由とし、土のK値を考慮して振動数方程式を求めた。各次振動における継手の力学的バネ値の変化による固有振動数を求め得たので報告するものである。

2. 理論式の誘導

図-2～3より構造の半径方向、接線方向の曲げと杭の揺り及び軸方向のつり合いより次の4本の基本微分差分方程式が誘導される。

$$EI \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + K \cdot D \cdot U + \rho A \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = K_N \left[\left\{ \Delta^2 U_{r-1} - \Delta^2 \theta_{r-1} a \right\} \cos \alpha + \Delta^2 V_{r-1} \sin \alpha \right] \cdot \cos \alpha + K_T \left[\left\{ -\nabla^2 U_{r-1} + \Delta^2 \theta_{r-1} a \right\} \sin \alpha + \Delta^2 V_{r-1} \cos \alpha \right] \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

$$EI \frac{\partial^4 V}{\partial x^4} + K \cdot D \cdot V + \rho A \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -K_N \left[\left\{ \Delta^2 U_{r-1} - \nabla^2 \theta_{r-1} a \right\} \cos \alpha + \nabla^2 V_{r-1} \sin \alpha \right] \cdot \sin \alpha + K_T \left[\left\{ \Delta^2 U_{r-1} + \Delta^2 \theta_{r-1} a \right\} \sin \alpha + \Delta^2 V_{r-1} \cos \alpha \right] \cdot \cos \alpha - K_S \left[\Delta^2 W_{r-1} a + \nabla^2 \dot{W}_{r-1} \right] \quad (2)$$

$$-GJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\rho A R^2}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = K_N \left[\left\{ \Delta^2 U_{r-1} - \nabla^2 \theta_{r-1} a \right\} \cos \alpha + \nabla^2 V_{r-1} \sin \alpha \right] a \cos \alpha + K_T \left[\left\{ \Delta^2 U_{r-1} + \Delta^2 \theta_{r-1} a \right\} \sin \alpha + \Delta^2 V_{r-1} \cos \alpha \right] a \sin \alpha \quad (3)$$

$$EA \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = K_S \left[\Delta^2 W_{r-1} + \Delta^2 \dot{V}_{r-1} a \right] \quad (4)$$

ここに

U_r : 構造の半径方向杭変位 K : 地盤反力係数 (kg/cm^2), $\rho = \frac{r}{g}$
 V_r : 構造の接線方向杭変位 r : 杭要素の単位体積重量 (kg/cm^3)
 W_r : 杭の軸方向変位 (cm) g : 重力加速度 (980 cm/sec^2)
 θ_r : 杭の回転変位 (rad) D : 杭直径 (cm), a : 杭半径+継手長さ
 $\Delta^2, \nabla^2, \Delta$ の記号は各々、2次差分、2次和分、及び偏差分を示し次の如くである。
 $\Delta^2 U_{r-1} = U_{r+1} - 2U_r + U_{r-1}$, $\Delta^2 V_r = V_{r+1} - V_{r-1}$
 $\nabla^2 \theta_{r-1} = \theta_{r+1} + 2\theta_r + \theta_{r-1}$ 等を示す。

(1)～(4)において次に示す様に各変位を正弦振動と仮定する。

$$U_r = U(x) \cdot \cos \frac{2\pi}{T} r \cdot \sin p t \quad (5) \quad V_r = V(x) \cdot \sin \frac{2\pi}{T} r \cdot \sin p t \quad (6) \quad \theta_r = \theta(x) \cdot \sin \frac{2\pi}{T} r \cdot \sin p t \quad (7) \quad W_r = W(x) \cdot \cos \frac{2\pi}{T} r \cdot \sin p t \quad (8)$$

よって上記(5)～(8)により(1)～(4)を整理し、軸方向 x に関する微分

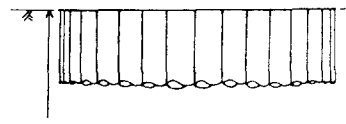
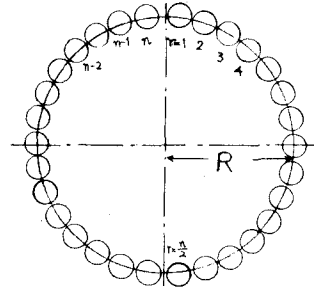


図-1 一般図

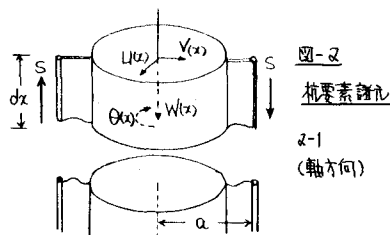
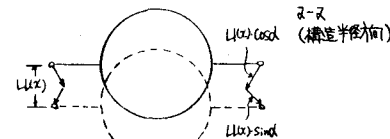
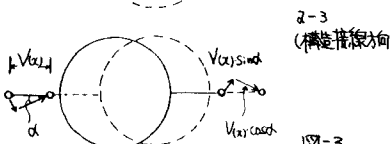


図-2 杭要素詳細

2-1 (軸方向)



2-2 (構造半径方向)



2-3 (構造接線方向)

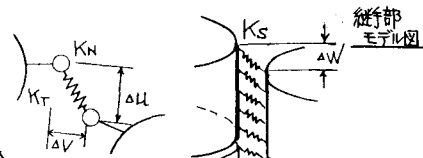


図-3 継手部モデル図

方向に有限 Fourier 変換を行なって整理すると次に示す様に表わすことができる。

$$-\left(\frac{\rho}{E}\right)^* \begin{bmatrix} m^2 a_1 & a_2 & a_3 & 0 \\ b_1 & m^2 + b_2 & b_3 & b_4 m \\ c_1 & c_2 & m^2 + c_3 & 0 \\ 0 & d_2 m & 0 & m^2 + d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u}(x) \\ \tilde{v}(x) \\ 2\mu\alpha\tilde{\theta}(x) \\ \tilde{w}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(-1)^m m & (-1)^m m^3 - m^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(-1)^m m & (-1)^m \{m^2 - \delta\} & -m^2 + \delta m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu(-1)^m & \mu m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(-1)^m \omega & \omega & 0 & 0 & (-1)^m - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\rho}{E} \tilde{u}(x) \\ \frac{\rho}{E} \tilde{v}(x) \\ \frac{\rho}{E} \tilde{u}(x) \\ \frac{\rho}{E} \tilde{u}(x) \\ \frac{\rho}{E} \tilde{v}(x) \\ \frac{\rho}{E} \tilde{v}(x) \\ \frac{\rho}{E} \tilde{\theta}(x) \\ \frac{\rho}{E} \tilde{\theta}(x) \\ \frac{\rho}{E} \tilde{w}(x) \\ \frac{\rho}{E} \tilde{w}(x) \end{bmatrix} \quad (9)$$

但し、 $a_1 = \frac{(g/c)^2}{EI} \{K_D - \rho A P^2 + K_N D_1 \cos \alpha + K_T E_1 \sin \alpha\}$ $\mu = \frac{GJ}{EI}$ $\delta = \frac{K_S E_1 \alpha^2 (\frac{L}{K})^2}{EI}$
 $b_1 = \frac{(g/c)^2}{EI} \{K_N + K_T\} \cdot S_1 \cdot \sin \alpha \cos \alpha$ $\theta = -(\frac{L}{K})^2 \frac{A}{I}$ $\omega = \frac{K_S S_1 \alpha (\frac{L}{K})^3}{EI}$
 $c_1 = \frac{(g/c)^2}{EI} \{K_N \cos \alpha + K_T \sin \alpha\} \cdot S_1$ $D_1 = 4 \sin^2 \frac{\alpha L}{2} \quad E_1 = 4 \cos^2 \frac{\alpha L}{2} \quad S_1 = 2 \sin \frac{\alpha L}{2}$
 $a_2 = \frac{(g/c)^2}{EI} \{K_N + K_T\} \cdot S_1 \cdot \sin \alpha \cos \alpha$ $a_3 = \frac{(g/c)^2}{EI} \{K_N \cos \alpha + K_T \sin \alpha\} \cdot S_1$
 $b_2 = \frac{(g/c)^2}{EI} \{K_D - \rho A P^2 + K_N E_1 \sin \alpha + K_T D_1 \cos \alpha\}$ $b_3 = \frac{(g/c)^2}{EI} \left\{ \frac{-\rho A P^2}{2\alpha^2} + K_N E_1 \cos \alpha + K_T D_1 \sin \alpha \right\}$
 $c_2 = \frac{(g/c)^2}{EI} \{K_N E_1 - K_T D_1\} \sin \alpha \cos \alpha$ $b_4 = \frac{(g/c)^2}{EI} K_S S_1 \alpha$
 $d_2 = \frac{(g/c)^2}{EI} \alpha K_S S_1$ $d_4 = \frac{(g/c)^2}{EI} \{P A P^2 - K_S D_1\}$ K_N, K_T, K_S : 系対構造半径方向、接線方向、軸方向の力学のバネ定数 (kg/cm²)

故に (9) 式を有限 Fourier 逆変換することにより一般式を求め得る。

3. 境界条件及び数値計算例

今、構造の天端自由、基底で固定条件とすると、(9) に於いて各々 $\tilde{u}(0) = \tilde{v}(0) = \tilde{u}(L) = \tilde{v}(L) = \tilde{\theta}(0) = \tilde{w}(0) = 0$ であり、次に剪断力、たわみ角の関係は $\tilde{u}(0) = 0$ (10) $\tilde{v}(0) = 0$ (11) $\tilde{\theta}(0) = 0$ (12) $\tilde{u}(L) = 0$ (13) $\tilde{v}(L) = 0$ (14) $E A \tilde{w}(L) = K_A \tilde{w}(L)$ (15) であることより、(10) ~ (15) の条件式より $\det = 0$ と置くことより、振動方程式を解り得る。計算諸元は、 $L = 80m$ 、 $E = 3.5 \times 10^4 kg/cm^2$ 、 $D = 2.65m$ 、 $\alpha = 4.92m$ 、 $I = 69.2cm^4$ 、 $\alpha A / \pi D L = 0.3$ とし、この種の構造の特長を明解とする為に地盤反力係数 $K = 0 kg/cm^2$ として行なった。図 4 に各振動次数の継手バネ定数の変化による固有振動数の関係を示す。これは、バネ定数が大、つまり継手が剛になるほど高い振動数も示すことが示され、高次の振動程高い振動数となることを表わしている。又、片持ち梁の固有振動数 73.01 %sec と、本解析において $K_T = K_D = 0.001 kg/cm^2$ とおいた時の値 75.00 %sec とは近似値を呈し、妥当な傾向と言え。尚、数値計算は北海道大学大型計算機センター FACOM 230 60/55 及び苫小牧高専 HITAC 8250 を使用した。

※参考文献

- ・能町・松岡・澤田：軸方向にヒンジで結合された鋼管パイル基礎の固有振動解析について (土木学会北海道支部論文報告集第 30 号)
- ・建設省河川基礎委員会：矢板式基礎の設計及び施工指針 (S47)
- ・北海道土木学会鋼道路橋研究委員会：北海道における鋼道路橋の設計及び施工指針 (S54)
- ・能町・澤田：鋼管杭による井筒型基礎構造の実験的考察について (土木学会第 34 回年次学術講演会講演概要集 I-66)

