I-249　二層弾性地盤上の長方形剛基礎底面の複素剛性について

兵庫県　正○冨士田 潔　神戸大　正　北村泰寿　正　桜井春輔

1．まえがき　本研究は，構造物が長方形底面をもつ剛体で，地盤を二層弾性体とした場合の地盤の複素剛性を求める計算法を示したものである。基本的な考え方は，筆者らが半無限弾性体に対して示した文献1）の方法を二層弾性体に拡張したものとなっている。なお，本研究では構造物底面に働く摩擦力は無視する。

2．計算方法　構造物と地盤の接触面に働く接触圧は，二層弾性体に対する混合境界値問題として，次式の積分方程式で表わされる。ただし，本文においては時間項 $e^{i\omega t}$ は省略して式の表示を行う。

$$w(x,y)=\iint_S G(x-\xi,\ y-\eta)\ q(\xi,\eta)\ d\xi d\eta \qquad (|x|\le B,\ |y|\le L) \qquad (1)$$

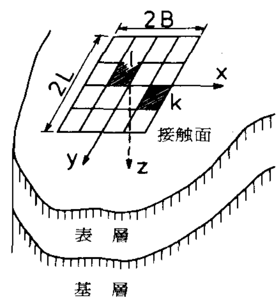
ここで，w，q はそれぞれ接触面 S 内の既知変位，未知接触圧である。また，$G(x-\xi,\ y-\eta)$ は Green関数である。式(1)は解析的に解けないため，図－1に示すような分割モデルを考える[1]。この分割モデルについて，数値解析する上での仮定を次のように設ける。

① 各要素内での接触圧は等分布とする。

② 各要素の変位は要素中央点の変位とする。

この場合，式(1)は次式のように書き直せる。（図－1の記号参照）

$$w_\ell = \sum_{k=1}^{N} \bar{G}_{\ell,k}\, q_k \qquad (\ell = 1\sim N,\ N:\text{分割総数}) \qquad (2)$$



図－1　計算モデル

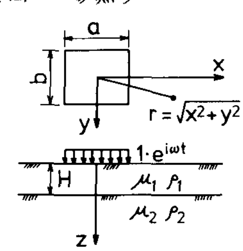
ここで，w_ℓ は要素 ℓ の中央変位，q_k は要素 k の等分布接触圧の大きさを表わす。また，$\bar{G}_{\ell,k}$ は Green関数を要素 k について面積分して得られるもので，本研究では影響係数と呼ぶ。

$$\bar{G}_{\ell,k} = \iint_{S_k} G(x_\ell-\xi,\ y_\ell-\eta)\, d\xi d\eta \qquad (S_k:\text{要素}k\text{の面積}) \qquad (3)$$

各要素の変位 w_ℓ が既知であれば，式(3)を式(2)に代入して，各要素の接触圧 q_k を未知量とする多元連立一次方程式が得られる。つまり，式(1)は式(2)の連立一次方程式を解く問題に帰着する。

3．影響係数　式(3)の影響係数は二層弾性体に対して次式のように与えられる。（図－2参照）

$$\bar{G}_{\ell,k} = -\frac{ab}{4\pi^2\mu_1}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\frac{\kappa W(\kappa)}{F(\kappa)}\,T(\kappa,\theta)\,e^{i\kappa(x\cos\theta+y\sin\theta)}\,d\theta\,d\kappa \qquad (4)$$



図－2　影響係数計算の概念図

ここで，$W(\kappa) = -\alpha_1\kappa_{s1}^2[-D(\beta_1\alpha_2 PR+\alpha_1\beta_2 QS)+(APS-\alpha_1\beta_1 BQR)]$

$$F(\kappa) = 2\alpha_1\beta_1\kappa^2(\beta_1^2+\kappa^2)C(P^2-Q^2+R^2-S^2) - \alpha_1\beta_1[4\kappa^2A+(\beta_1^2+\kappa^2)^2B]PR$$
$$+\alpha_1[4\beta_1^2\alpha_2\kappa^2-\beta_2(\beta_1^2+\kappa^2)^2]DPS + [4\alpha_1^2\beta_1^2\kappa^2B+(\beta_1^2+\kappa^2)^2A]QS$$
$$+\beta_1[4\alpha_1^2\beta_2\kappa^2-\alpha_2(\beta_1^2+\kappa^2)^2]DQR$$

$T(\kappa,\theta)=4\sin(a\kappa\cos\theta/2)\sin(b\kappa\sin\theta/2)/ab\kappa^2\cos\theta\sin\theta$，$A=\kappa^2Z^2-\alpha_2\beta_2X^2$，

$B=Y^2-4\alpha_2\beta_2\kappa^2M^2$，$C=YZ-2\alpha_2\beta_2MX$，$D=XY-2\kappa^2MZ$，$X=2\kappa^2\mu-(\beta_1^2+\kappa^2)$，

$Y=(\beta_2^2+\kappa^2)\mu-2\kappa^2$，$Z=(\beta_2^2+\kappa^2)\mu-(\beta_1^2+\kappa^2)$，$M=\mu-1$，$P=e^{-\alpha_1H}+e^{\alpha_1H}$，$Q=e^{-\alpha_1H}-e^{\alpha_1H}$，

$R=e^{-\beta_1H}+e^{\beta_1H}$，$S=e^{-\beta_1H}-e^{\beta_1H}$，$\alpha_2^2=\kappa^2-\kappa_{p2}^2$，$\beta_2^2=\kappa^2-\kappa_{s2}^2$，$\alpha_1^2=\kappa^2-\kappa_{p1}^2$，$\beta_1^2=\kappa^2-\kappa_{s1}^2$，$\mu=\mu_2/\mu_1$

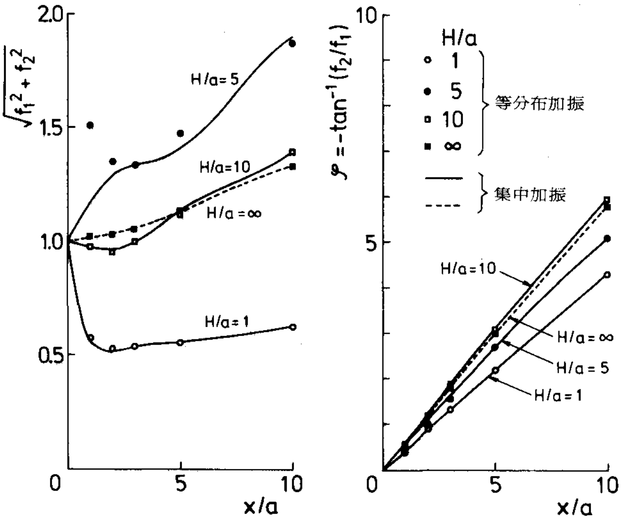
また，κ_{p1}，κ_{p2} は表層，基層における縦波の波数，κ_{s1}，κ_{s2} は横波の波数，μ_1，μ_2 はせん断弾性係数，H は表層厚，a，b は分割要素の x 方向，y 方向の辺長である。式(4)の分母 $F(\kappa)$ は1つ以上の極を有し，解析的な方法によってこの積分を評価することはできない。このため，Ewingら[2]の手法に基づいて，変数 κ に関する無限積分を複素周回積分によって分岐線積分に置き換える方法を利用した[3]。

4．計算結果　まず，文献1）と同様の考え方を導入し，載荷要素外への影響係数計算の簡単化のため，Saint－Venantの定理に従って等分布加振力を集中点加振力に置き換えて評価し得るかどうかについて検討する。

図－3は式(4)を次式で表わしたときの係数(f_1+if_2)の絶対値と偏角を無次元振源距離に対して示したものである。

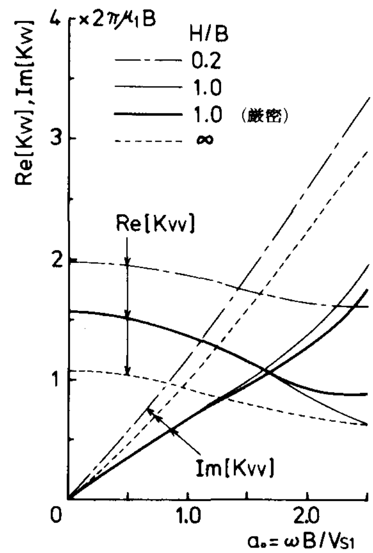
$$\overline{G_{\ell,k}}=\frac{(1-\nu_1)ab}{2\pi\mu_1 r}(f_1+if_2) \quad \text{———} \quad (5)$$

ここで，$r=\sqrt{x^2+y^2}$である。また，計算条件としては，正方形要素とし，表層，基層のポアソン比を$\nu_1=\nu_2=1/3$，密度を$\rho_1=\rho_2$，$\mu=\mu_2/\mu_1=2$とした場合である。図－3より，$H/a=5$以外はr/aが小さい範囲でも数%以内の誤差であり，Saint-Venantの定理の成り立っていることがわかる。しかし，$H/a=5$では，r/aが大きくなるとともに両者の値は一致する傾向にあるものの，r/aが小さい範囲では誤差が大きい。



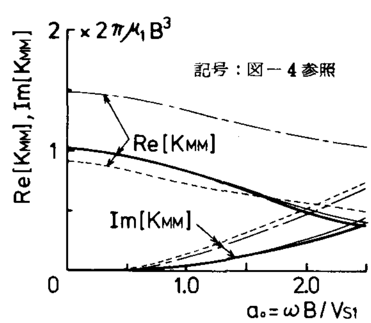
図－3　載荷要素外への影響係数の比較（$\omega a/V_{s1}=0.5$）

次に，上述と同じ計算条件のもとで，構造物底面が正方形（$2B\times2B$）の場合について上下振動およびロッキング振動に対する複素剛性を図－4，5に示す。なお，接触面の分割数（図－1）は，その数を増せば厳密解に近づくわけであるが，ここでは10×10の分割メッシュ（$B=5a$）とした。また，計算結果は，無次元周波数$a_0=\omega B/V_{S1}$に対して，複素剛性$K_{VV}(a_0)$（上下振動）および$K_{MM}(a_0)$（ロッキング振動）の実部，虚部で図示した。これらの図には，前述の影響係数に対する考察から，$H/B=1$（$H/a=5$）については，式(4)によって載荷要素外への影響係数も厳密に求めた場合の結果（図中，厳密と表示）も示した。上下，ロッキング振動ともに，影響係数を厳密に求めるか否かの差異は無次元周波数a_0が大きくなるに従って表われているが，上下振動の方がより顕著である。



図－4　複素剛性（上下振動）

さらに，図－4，5には半無限弾性体に対する結果（文献1）より）も図示した。表層厚が小さい$H/B=0.2$（$H/a=1$）の場合，実部が大きな値を示し，弾性体全体の剛性が高まっている効果が表われている。一方，表層厚が大きい$H/B=1$については，無次元周波数a_0の増加とともに，虚部に大きな影響が表われている。



図－5　複素剛性（ロッキング振動）

5．あとがき　本研究は，理論的に解析解を得ることができない，二層弾性地盤上の円形以外の底面をもつ剛基礎底面の複素剛性を求める近似解法を文献1）の解法を拡張した形で示した。さらに，計算条件を変えた場合に対する検討とともに，今回無視した構造物底面の摩擦力の影響に対する表層厚の効果等についても本研究の内容を進める必要があるものと考えている。

参考文献　1）北村，桜井：土木学会論文報告集，No.290，1979.　2）Ewing, et al.: Elastic Waves in Layered Media, McGraw-Hill, 1957.　3）冨士田，北村，桜井：土木学会関西支部年講，I-48，1980.