

京都大学工学部 学生員 梅田雄康

京都大学工学部 正員 小林昭一

## 1. はじめに

近年、構造物が巨大化するにつれて構造物-地盤系としてとらえ、両者の動的相互作用を考慮したよりの確な解析が耐震設計の観点から必要になってきた。本論文は下に記した非均質な場を構造物-地盤系としてみて、ここにP波・S波より成る伝ば波動が入射した際の定常応答を積分方程式法により解析したものである。この積分方程式法は境界条件を満足するように場の方程式を境界上で積分するだけなので、地盤において地表面のみを扱えばよく、地盤内で反射波を消すための工夫をする必要がない。また、構造物、地盤とも境界だけを論ずればよいので、複雑な形状のものにも簡単に適用でき、さらに、有限要素法、差分法に比べ小計算量の計算で十分な解が得られる等の利点があるものと思われる。

## 2. 基礎理論と定式化

等方均質な線形弾性体の定常状態の場の方程式はP波・S波の速度をそれぞれ $C_p$ ,  $C_s$ とすれば次のように表わせる。

$$(C_p^2 - C_s^2) u_{i,jj} + C_s^2 u_{i,jj} + \omega^2 u_i = -f_i \quad (1)$$

上式で、 $\Delta_{ij} u_j = (C_p^2 - C_s^2) u_{i,jj} + C_s^2 u_{i,jj} + \omega^2 u_i$ なる演算子 $\Delta_{ij}$ を用い、さらに剛体力 $f_i$ を無視すれば、式(1)は式(2)のようになる。

$$\Delta_{ij} u_j = 0 \quad (2)$$

また、式(2)を満たすような2次元定常状態の基本変異解は次式(3)のようにならされている。

$$\Delta_{ij} U_j^k(x, y) = -\delta(x - y) \delta_{jk} \quad (3)$$

$$U_j^k(x, y) = \frac{i}{4\pi} [H_0^{(1)}(kr) \delta_{jk} - \frac{1}{k^2} \{H_0^{(1)}(kr) - H_0^{(1)}(kr)\}_{,jk}] \quad (4)$$

ここで、相互作用の定理を用いると、次式(5)のSomiglianaの積分方程式が導かれる。

$$F(x) u(x) = \int_{\Gamma} \{U_j^k(x, y) t_j(y) - u_j(y) T_{jk}^i(x, y)\} dS(y) \quad (5)$$

Fig. 1に示す内部領域( $D_i$ )および外部領域( $D_e$ )より成る非均質場において、連結境界 $S_B$ では式(6)および式(7)が成り立ち、 $S_a$ ,  $S_r$ の境界では応力フリーという境界条件が成り立っている。

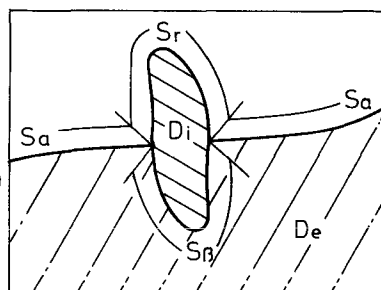
$$t_r(\beta_1) + t_i(\beta_1) = -t(\beta_2) \quad (\text{力の釣合}) \quad (6)$$

$$u_r(\beta_1) + u_i(\beta_1) = u(\beta_2) \quad (\text{変位の連続}) \quad (7)$$

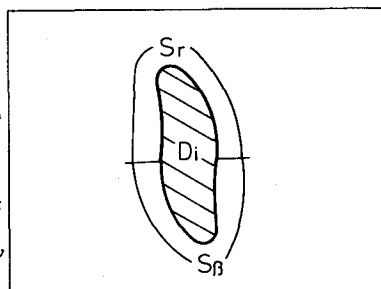
入射波動およびモデルの形状を定め、式(6)および式(7)を用いて内部問題と外部問題の式を連立すれば、次の連立方程式(8)が得られる。

$$\begin{bmatrix} T_a^{\alpha\alpha} - U_{\beta_1}^{\alpha\alpha} & T_{\beta_1}^{\alpha\alpha} & 0 \\ 0 & U_{\beta_1}^{\alpha\alpha} & T_{\beta_1}^{\alpha\alpha} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u(\alpha) \\ t(\beta_1) \\ u(\beta_1) \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} [U_{\beta_2}^{\alpha\alpha}] t(\alpha) \\ [T_{\beta_2}^{\alpha\alpha}] u(\alpha) + [U_{\beta_2}^{\alpha\alpha}] t(\beta_1) \end{Bmatrix} \quad (8)$$

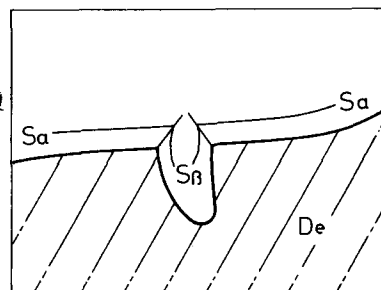
式(8)を解けば、境界上の未知変位、未知応力を求めることができる。また、それにより地盤内および構造物内の変位または応力も求めることができる。ただし、 $[U]$ ,  $[T]$ はそれぞれ一重層、二重層の影響係数である。



(a) Inhomogeneous field



(b) Interior problem



(c) Exterior problem

Fig. 1 Inhomogeneous field (a) separated into Interior problem (b) and Exterior problem (c).

### 3. 半無限弾性板への応用

半無限板に鉛直下方よりP波またはS波が入射したとき、入射波は応カフリーの水平境界面で位相を $\pi$ だけずらし、それぞれ同一波長のP波、S波のまま鉛直下方向に反射し、境界での応答倍率が2倍であることが知られている。

ここでは、内部領域(Di)と外部領域(De)の物理定数をすべて同じくし、全体の形状をFig.2にあるように半無限板に近似して鉛直下方よりP波またはS波を入射させた際の変位の応答を計算してみる。

計算結果をみると、入射波の節が境界に達する突部の変位図において各点が静止している。また、入射波の腹が境界に達する虚部の変位図において、境界上で応答倍率が2倍となり、地盤内でも入射波の波形と同様な変位が認められる。このことは先に述べた事実と一致し本手法の妥当性を示すもののひとつであるということがいえる。なお、水平境界の有限区間の長さは入射波の波長の4倍程度をとり、要素分割は1波長の長さにつき最低2・3個行い、中央付近でそれ以外より多少細かめに、全体としてさめ細かく行っている。

### 4. 構造物-地盤系への応用

内部領域(Di)、外部領域(De)をそれぞれ構造物、地盤とみなし構造物-地盤系の動的相互作用および定性的な応答特性を調べるため、いくつかのパラメータを設けた。具体的には、入射波の種類および波長、構造物および地盤の物理定数比としてYoung率比、構造物の形状、根入れ深さなどである。

構造物と地盤のYoung率比 $\beta$ の程度までは構造物は弾性変形を許容し、入射波の波形に類似した変形を示す。しかし、Young率比がそれ以上になると次第に剛体的な変形が卓越してくる。構造物と地盤の性質が同じ場合に入射波の波長を変化させると、構造物の高さに比し同程度から、3倍程度の波長が入射したときは構造物が波動を吸収し波形に類似した比較的小さな変形を示す。これに対し波長が4倍以上になると構造物は一見剛体的な比較的大きな変形をみる。また、二の土地表面には入射波の波長により異なる波長の表面波が認められる。この波長を変位図より読みとりTable-1に示し、同時にRayleigh波の波速 $C=0.9538C_2$ より求める波長もTable-1に示す。

Table-1より計算結果に認められる表面波の波長はRayleigh波の波長にほぼ一致し、これがRayleigh波であることがわかる。応答図の一例として、Young率比1/1の構造物-地盤系に波長2倍のS波が入射した時の応答図をFig.3に示す。なお、構造物-地盤系の定性的な応答特性に加えて、本手法を荷重断面、よう壁等に応用した計算例も当目示Fig.3

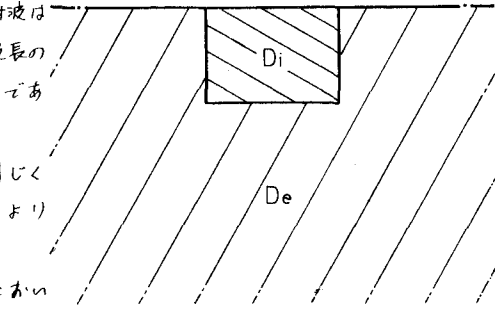
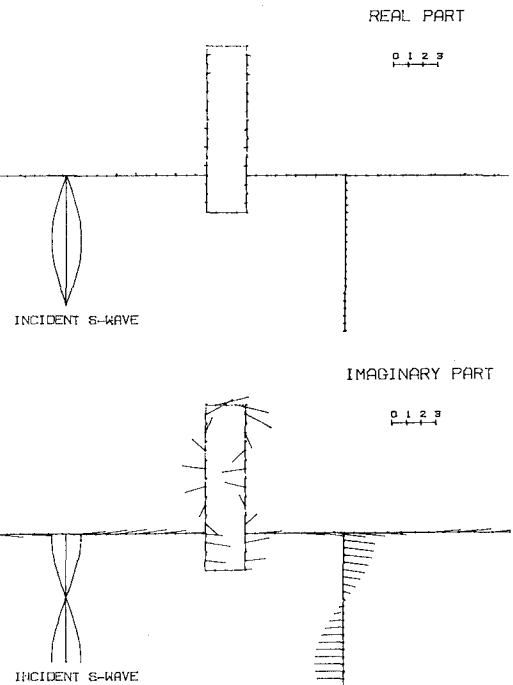


Fig. 2 半無限板

| 入射波の種類 | 入射波の波長 | 図から計った波長 | Rayleigh波の波長 |
|--------|--------|----------|--------------|
| S波     | 35     | 35.8     | 36.6         |
| S波     | 40     | 42.8     | 41.9         |
| S波     | 50     | 54.7     | 52.3         |
| S波     | 60     | 62.5     | 62.8         |
| S波     | 70     | 71.9     | 73.3         |
| S波     | 140    | 144.0    | 146.5        |
| P波     | 35     | 21.4     | 21.2         |
| P波     | 70     | 40.5     | 42.3         |

Table 1 波長の対応



入射波; S波, 波長は構造物高さの2倍