

日本電子計算(株) 正会員 ○ 池田正博・菊池雅男・原田博史

1. まえがき

多入力系としての地震応答解析の必要性は、連続高架橋のような長大構造物では、その各基礎に作用する地震波がまったく同一波形ではないという観測結果や、沈埋トンネル、地中埋設パイプラインなどのように、解析の対象が広範囲にわたる為、その支点に入力される波形の相違を考慮しておかねばならないということなどから、これまで数多く論議されてきた。一方、大次元固有値問題の実計算に際して、その計算時間を短縮する為の一つの方法として、質量凝縮法が提案され、広く用いられている。そこで、従来、固有値計算、あるいは、一入力系としてのみ用いられていた質量凝縮法を、多入力系としての地震応答解析に拡張し、直接積分法、モーダル解析法、スペクトル解析等、各応答解析への定式化をはかる。又、通用の一方法として、動的部分構造解析への通用性について検討してみる。

2. 多入力系応答解析基礎理論

構造物に外力として地震力だけが作用する場合、減衰と、内部減衰系を考慮せず、次式で表わされる。

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = 0 \quad (1)$$

ここに、 M , C , K , U は、それぞれ、質量、減衰、剛性マトリックスを表わし、 $\ddot{U}$, $\dot{U}$, U は、全体系での加速度、速度、変位である。そこで、全体変位を、支点が変位したこにより、生ずる静的変位と動的変位に分け、さらに、全自由度を、支点自由度、縮合後も残る自由度(master 自由度)、縮合によっておこされる自由度(slave 自由度)に分解する。

$$U = [U_s^T, U_m^T, U_d^T]^T = [U_s^T, U_m^T, U_d^T]^T + [U_d^T, 0, U_d^T]^T \quad (2)$$

ここに、上添字 m, d, s は、それぞれ、master 自由度、支点自由度、slave 自由度を表わし、下添字 s, m, d は、全体変位、静的成分、動的成分を意味する。

master 自由度、slave 自由度、支点自由度間には、(3)の一次結合式を仮定する。

$$U_d = -K_{ds}^{-1} [K_{sm}, K_{dm}] [U_s^T, U_m^T]^T \quad (3)$$

すなわち、外力が働かない系に、master 及び、支点の自由度を強制変位させた時、slave の自由度がとらる静的変位でも、質量凝縮法(master-slave)の仮定とする。従来の取り扱いでは、(3)式の支点の項を入れず、さらに、動的な変位成分のみで、この仮定を設けている。又、(3)式では、全自由度を(2)式のように分解したのに対し、 M , C , K も同様に分解し、表示している。

そこで、

$$L = -K_{ds}^{-1} [K_{sm}, K_{dm}] = [L_m, L_d] \quad (4)$$

とすれば、(2)式は、(5)式となる。

$$[U_s^T, U_m^T, U_d^T]^T = \begin{bmatrix} I \\ L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s^T \\ U_m^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m & 0 \\ 0 & I_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s^T \\ U_m^T \end{bmatrix} \quad I: \text{単位マトリックス} \quad (5)$$

(5)式を(1)式に代入し、左側より両辺に $[I, L^T]$ をかけて整理すれば、(6)式となる。

$$\begin{bmatrix} M_{ss}^* & M_{sm}^* \\ M_{ms}^* & M_{mm}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s^T \\ U_m^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ss}^* & C_{sm}^* \\ C_{ms}^* & C_{mm}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_s^T \\ \dot{U}_m^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss}^* & K_{sm}^* \\ K_{ms}^* & K_{mm}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s^T \\ U_m^T \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

$$M_{ss}^* = M_{ss} + M_{sd} L_m + L_m^T M_{sd} + L_m^T M_{sd} L_m, \quad M_{sm}^* = M_{sm} + M_{sd} L_d + L_m^T M_{sd} + L_m^T M_{sd} L_d$$

$$K_{ss}^* = K_{ss} - K_{sd} K_{ds}^{-1} K_{ds}$$

$$K_{sm}^* = K_{sm} - K_{sd} K_{ds}^{-1} K_{dm}, \quad C_{ss}^*, C_{sm}^* \text{ は } M_{ss}^*, M_{sm}^* \text{ と同じ。}$$

(6)式に(2)式を代入し、さらに、慣性項に比較して減衰項は十分小さいとして無視し、 U_s^T については、支点を強

制変位させた時の master のこりうる静的変位とすれば、解くべき式は、(7)式となる。

$$U_s^* = -K_{mn}^{-1} K_{ns}^* U_s^* \quad (7)$$

$$M_{mn}^* \ddot{U}_d^* + C_{mn}^* \dot{U}_d^* + K_{mn}^* U_d^* = (M_{mn}^* K_{mn}^{-1} K_{ns}^* - M_{ns}^*) \ddot{U}_s^* \quad (8)$$

(a) 自由振動の固有値、固有モードは、(9)式で計算する。

$$M_{mn}^* \ddot{U}_d^* + K_{mn}^* U_d^* = 0 \quad (9)$$

(b) 直接積分法

master の動的成分は、(8)式で計算する。slave の自由度に関しては、(3)式を用いる。

(c) モーダル解析

動的変位を、固有モードの一次結合式で表わす。 $U_d = \sum_{j=1}^n X_j y_j$ (10)

$$y_j + 2\lambda_j \omega_j \dot{y}_j + \omega_j^2 y_j = X_j^T (M_{mn}^* K_{mn}^{-1} K_{ns}^* - M_{ns}^*) \ddot{U}_s^* \quad (11)$$

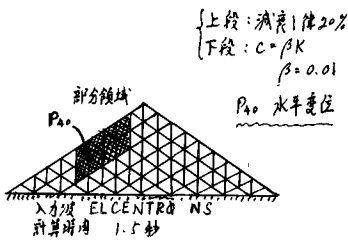
(d) スペクトル解析(結果のみ)

$$|U_d| \leq \sum_{j=1}^n \left| \sum_{k=1}^m \beta_{jk} S_{jk}^i \alpha_{jk} \right|, \quad |\dot{U}_d| \leq \sum_{j=1}^n \left| \sum_{k=1}^m \beta_{jk} S_{jk}^i \omega_{jk} \alpha_{jk} \right|, \quad |\ddot{U}_d| \leq \sum_{j=1}^n \left| \sum_{k=1}^m \beta_{jk} S_{jk}^i \omega_{jk}^2 \alpha_{jk} \right| + |\ddot{\phi}|_{max} \quad (12)$$

$$|\ddot{\phi}|_{max} = \begin{cases} \left| \sum_{j=1}^n \left\{ (-K_{mn}^{-1} K_{ns}^*)_{jj} - \sum_{k=1}^m \alpha_{jk} \beta_{jk} \right\} \ddot{\alpha}_{j,max} \right| & \text{for master} \\ \left| \sum_{j=1}^n \left\{ (-K_{ns}^* (-K_{mn} K_{mn}^{-1} K_{ns}^* + K_{ns}))_{jj} - \sum_{k=1}^m \alpha_{jk} \beta_{jk} \right\} \ddot{\alpha}_{j,max} \right| & \text{for slave} \end{cases} \quad (13)$$

3. 解析例

多入力系としての取り扱いを拡張し、動的部分構造解析への適用を検討した。解の復元性を調べる為、図のようなアースダムを例にこり、全体系解析で得られた境界下の応答値を入力波として、部分領域の解析に用い、全体を一体化して解析した場合との解の復元性を調べた。



条 件	0.1 秒	0.4	0.7	1.0	1.3	1.5	最大値	時刻
全体系 all master 2.1	-0.267	-2.148	-1.580	7.746	9.512	7.516	21.252	1.20
一体化した時の解	-0.293	-2.596	-1.079	9.760	12.305	2.244	26.097	1.20
全体系 all master の誤差	-0.269	-2.146	-1.545	7.766	9.413	7.555	21.255	1.20
部分系 X, Y 2.1 master, 全次数	-0.293	-2.596	-1.079	9.760	12.305	2.244	26.097	1.20
全体系 X の master の誤差	-0.270	-2.150	-1.541	7.745	9.297	7.532	21.295	1.20
部分系 X master, Y slave 全次数	-0.293	-2.603	-1.070	9.720	12.079	2.074	26.111	1.20
同上	-0.270	-2.152	-1.547	7.742	9.302	7.530	21.300	1.20
部分系 X, Y master, 全次数	-0.293	-2.605	-1.074	9.717	12.091	2.075	26.117	1.20
全体系 all master の誤差 90%	-0.264	-2.132	-1.513	7.681	9.477	7.379	21.112	1.20
部分系 X, Y 2.1 master, 90%	-0.277	-2.579	-1.064	9.775	12.292	2.071	25.919	1.20
全体系 X の master の誤差	-0.270	-2.146	-1.537	7.734	9.297	7.523	21.264	1.20
部分系 X master, Y slave "	-0.295	-2.596	-1.077	9.721	12.032	2.104	26.076	1.20
同上	-0.265	-2.138	-1.516	7.657	9.372	7.326	21.153	1.20
部分系 X, Y master "	-0.277	-2.579	-1.071	9.746	12.075	1.910	25.926	1.20

(単位 mm)

4. 結論

動的解析は、弾性範囲でも多大な計算コストを要求される。その為、振動問題と経済的にこり扱うとする。質量凝縮法は、多入力系の場合でも有効であり、一入力系と統一した定式化が可能である。多入力系としての効果は、図式右辺における影響係数 $K_{mn}^{-1} K_{ns}^*$ の導入によって簡単にこり扱うことができ、一入力系に比べても、計算コストの増加は、さほど問題にならない。又、質量凝縮の仮定は、支点をも含んでいるが、自由振動の固有値、固有モードは、従来の方法と完全に一致し、応答値もすべての波が同一である場合、この定式化による解は、従来の解と一致する。この手法を拡張することにより、動的部分構造解析と考えることができる。全体系解析で得られた情報からの解の復元性は、比例、非比例、いつれの減衰モデルに対しても、十分保障される。

全体変位を求める為には、静的成分を入力する必要があるが、一般に、観測によって得られた加速度記録を用いて、静的変位成分としたりするのは、実際なかなか困難なように思われる。そこで、加速度記録から静的変位成分を求める為、十分検証はしていないが、昔用によって提唱されている、弾性床上の梁の類似から、地震加速度記録の積分における低周波成分の除去をこりなる計算アルゴリズムを用いている。

(参考文献)

地震加速度記録の積分における渡波計算のアルゴリズム 吉田裕, 岡山, 土木学会論文報告集 221号 P.25.