I-217 ライフラインの地震災害における復旧予測モデル

武蔵工業大学 学生員 ○小池精一
武蔵工業大学 正会員 星谷 勝

1. まえがき

本研究は、ライフライン（都市供給施設）の地震後の復旧に着目して地震被害を受けたライフラインの復旧予測モデルを提案し、構造が完全に復旧するまでの時間T_Mと時刻tにおける復旧状態S(t)の理論式を誘導したものである。本研究での復旧状態S(t)とは、地震後の時刻tにおいてシステム全体の構造的に見た被害量がどの程度のレベルにあるかを表わすものであり、それが復旧作業の開始から地震前の状態（平常時の状態）にもどるまでの経時変化を確率過程としてモデル化したものである。さらに、誘導された復旧予測モデルを用いて事前補強対策費、地震被害による損失および機能停止にともなう損失を考慮した期待総費用を最小とする最適化問題にふれ最適事前補強費の算定方法について基礎的な検討を行なった。

2、復旧過程の特性

ライフラインは多数の構造物が集まりひとつのシステムを形成している。したがって、システム全体の復旧を機能回復の復旧過程A(t)と純粋に構造被害からとらえた復旧過程S(t)とでは相異がある。すなわち、両者は地震発生時点t=0においても、復旧途中経過においても一般には一致しないが復旧が完了する時刻T_Mは最終的には一致すると考えられる。このことから本研究ではS(t)に注目して予測理論を誘導する。また、両者の関係を明確にするためにFig.1に1サンプル関数を示す。一方、N個の要素からなるライフラインのi番目要素の構造的にみた状態を$_iS(t)$; i=1,2,…,N、その状態の取り得る値をS_j; j=1,2,…,Mとするとその1組のサンプル関数はFig.2のように表わされるであろう。そして、$_iS(t)$はその直前の時刻における状態には従属するがそれ以前にどのような経過をたどったかには独立とみなすことができるので復旧過程は本質的にはマルコフ過程として表わすことができる。

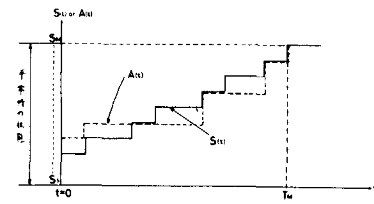

Fig.1 A(t)とS(t)の復旧曲線

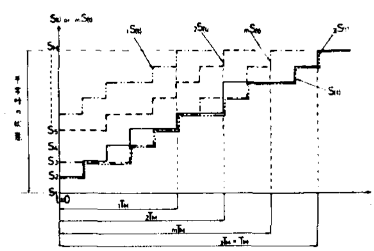

Fig.2 S(t)と$_mS(t)$の復旧曲線

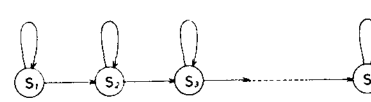

Fig.3 復旧状態の推移図

3. 要素の復旧過程 $_mS(t)$

N個の要素からなるシステムのm番目要素に着目する。復旧過程S(t)において時刻t=iΔtから(i+1)Δtの微小な時間変化Δtでは状態$_mS(i\Delta t)$は変化したとしてもたかだか1ステップと考えられ最後にはS_Mに吸収されるので状態の推移図はFig.3のように表わすことができ、これをマトリックスで書き表わすと(1)式(M×M)となる。

$$_mP_i(\Delta t)=\begin{bmatrix} 1-{}_m\nu_1(i\Delta t)\Delta t,\ {}_m\nu_1(i\Delta t)\Delta t & & & \\ & 1-{}_m\nu_2(i\Delta t)\Delta t,\ {}_m\nu_2(i\Delta t)\Delta t & & 0 \\ 0 & & \ddots & \\ & & & 1-{}_m\nu_{M-1}(i\Delta t)\Delta t,\ {}_m\nu_{M-1}(i\Delta t)\Delta t \\ & & & 1 \end{bmatrix};\ i=1,2,\cdots\cdots \qquad (1)$$

ここで、$_m\nu_j(i\Delta t)$は時刻 iΔt で状態$_mS(i\Delta t)=S_j$にある時の単位時間当りの復旧率である。これより時刻 iΔt の状態確率分布$_m\Pi(i\Delta t)$は$_mS(i\Delta t)=S_j$となる確率を$_mP_j(i\Delta t)$とし、初期分布$_m\Pi(0)$が与えられると(2)式から求められる。

$$_m\Pi(i\Delta t) = [\ {}_mP_1(i\Delta t), {}_mP_2(i\Delta t), \cdots\cdots, {}_mP_M(i\Delta t)\ ] = {}_m\Pi(0)\cdot {}_mP_1(\Delta t)\cdot {}_mP_2(\Delta t)\cdot {}_mP_3(\Delta t)\cdots\cdots {}_mP_i(\Delta t) \qquad (2)$$

Fig.4には$_mP_1(i\Delta t), {}_mP_2(i\Delta t), \cdots, {}_mP_M(i\Delta t)$の1サンプル関数を示してある。完全復旧時間$_mT_M$は確率変数で

$\mathrm{Prob}({}_mT_M \leqq i\Delta t) = {}_mP_M(i\Delta t)$ となる。これは ${}_mT_M$ の確率分布関数であり ${}_mT_M$ の確率関数は(3)式、状態 ${}_mS(i\Delta t)$ が少なくとも S_j 以上となるまでの時間 ${}_mT_j$ の確率関数は(4)式で与えられる。

$$({}_mT_M = h\Delta t) = {}_mP_M(h\Delta t) - {}_mP_M((h-1)\Delta t) \quad ; h=1,2,\cdots \tag{3}$$

$$({}_mT_j = h\Delta t) = \sum_{r=j}^{M} {}_mP_r(h\Delta t) - \sum_{r=j}^{M} {}_mP_r((h-1)\Delta t) \tag{4}$$

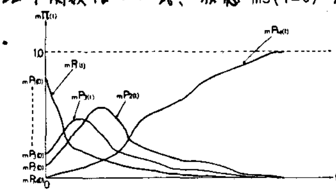

Fig.4 状態確率分布曲線

4. システム全体の復旧過程 $S(t=i\Delta t)$

システム全体の復旧過程 $S(t)$ を(5)式で定義する。

$$S(t) = \min\{ {}_1S(t), {}_2S(t), {}_3S(t), \cdots\cdots, {}_NS(t)\} \tag{5}$$

(i) ${}_xS(t)\ ; x=1,2,\cdots,N$ が互いに独立に復旧する場合

復旧過程 $S(t)$ の確率分布関数を $F_{S(t)}(t)$ とすれば(6)式で表わされ、これよりシステム全体の復旧状態 $S(i\Delta t)$ がになる確率 $P_j(i\Delta t)$ は(7)式で与えられる。

$$F_{S(t)}(S_j) = 1 - \prod_{r=1}^{N}\{1 - \sum_{k=1}^{j} {}_rP_k(i\Delta t)\} \tag{6}$$

$$P_j(i\Delta t) = \prod_{r=1}^{N}\{1 - \sum_{k=1}^{j-1} {}_rP_k(i\Delta t)\} - \prod_{r=1}^{N}\{1 - \sum_{k=1}^{j} {}_rP_k(i\Delta t)\} \tag{7}$$

(ii) ${}_xS(t)\ ; x=1,2,\cdots,N$ が完全に相関して復旧する場合

$$F_{S(t)}(S_j) = \max\{\sum_{k=1}^{j} {}_1P_k(i\Delta t), \sum_{k=1}^{j} {}_2P_k(i\Delta t), \cdots, \sum_{k=1}^{j} {}_NP_k(i\Delta t)\} \tag{8}$$

$$P_j(i\Delta t) = \max\{\sum_{k=1}^{j} {}_1P_k(i\Delta t), \sum_{k=1}^{j} {}_2P_k(i\Delta t), \cdots, \sum_{k=1}^{j} {}_NP_k(i\Delta t)\} - \max\{\sum_{k=1}^{j-1} {}_1P_k(i\Delta t), \sum_{k=1}^{j-1} {}_2P_k(i\Delta t), \cdots, \sum_{k=1}^{j-1} {}_NP_k(i\Delta t)\} \tag{9}$$

として表わすことができる。

以上(5)〜(9)式を用いればシステム全体の完全復旧時間 T_M と $S(t)$ の特性値(期待値等)を求めることができる。

5. 最適化問題

すでに誘導された予測モデルを用いて最適な事前投資の算定方法を検討する。システムに要する費用は、(i)事前の補強対策費 C、(ii)地震による破壊損失 f、(iii)復旧までの機能停止による損失 g と考えられる。これより、総費用を TC とすれば TC を最小とする C を決定すればよいことになる。これを(10)式に示す。

$$E[TC] = C + E[f] + E[g] \tag{10}$$

(10)式を前節までに誘導した予測モデルに基づいて4.の(i),(ii)の場合について求めるとそれぞれ(11),(12)式のようになる。

$$E[TC] = \sum_{k=1}^{N} C_k + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} f_i(S_j)\cdot {}_iP_j(0,C_i) + \int_0^{\infty} g(t)\{\frac{d}{dt}\prod_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{M} {}_iP_k(0,C_i)\,{}_iP_{kM}(t)\}dt \tag{11}$$

$$E[TC] = \sum_{k=1}^{N} C_k + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} f_i(S_j)\cdot {}_iP_j(0,C_i) + \int_0^{\infty} g(t)\{\frac{d}{dt}[\min\{\sum_{k=1}^{M} {}_1P_{kM}(0,C_1)\,{}_1P_{kM}(t), \sum_{k=1}^{M} {}_2P_{kM}(0,C_2)\,{}_2P_{kM}(t), \cdots\cdots, \sum_{k=1}^{M} {}_NP_{kM}(0,C_N)\,{}_NP_{kM}(t)\}]dt \tag{12}$$

ここで、C_k は K 番目要素に対する事前の補強対策費である。また f は ${}_iS(0)$ に従属し ${}_iS(0)$ は ${}_i\Pi(0)$ に支配される確率変数であり、${}_iP_k(0)$ は C によって変化する。これを明確にするため ${}_iP_k(0) = {}_iP_k(0,C_i)$ として第2項に示す。一方、g は T_M の関数で Fig.2 より $T_M = \max\{{}_1T_M, {}_2T_M, \cdots, {}_NT_M\}$ であるから(13)式より第3項が与えられる。

$$\mathrm{Prob}\{T_M \leqq t\} = \mathrm{Prob}[\{{}_1T_M \leqq t\} \cap \{{}_2T_M \leqq t\} \cap \cdots\cdots \cap \{{}_NT_M \leqq t\}] \tag{13}$$

6. まとめ

本研究は、地震被害を受けたライフラインの復旧予測モデルを提案し構造的に見た復旧過程 $s(t)$ の理論式を誘導したものであり、最適化問題についても基礎的な検討を行なった。このモデルで今後十分検討すべき事項は、(i)初期状態の確率分布 ${}_m\Pi(0)$ の合理的な算定方法、(ii)復旧率 ${}_m\nu_{j(0)}$ の推定と理論式への組み込み、(iii)システム全体の復旧状態 $S(t)$ をどのようにとらえたらよいか。これに関して要素間の復旧状態 ${}_xS(t)\ ; x=1,2,\cdots,N$ の相互相関性の問題、(iv)システム全体の復旧を構造的に見た場合の復旧状態 $S(t)$ とシステムの特性等を含んだ機能の復旧状態 $A(t)$ との関連性等であろう。目下、上記の事項の検討と事例研究への適用を行なっている。