

東京都土木技術研究所 正会員 小川 好
 東京大学生産技術研究所 " 片山恒雄
 東京大学生産技術研究所 " 久保慶三郎

1.はじめに

地盤の振動応答は、SH波の多重反射理論にもとづく解析では基盤と地表との間での変位(速度、加速度)の比によって表わされる。表面波では、地中の変位は深度が増すごとに0に収束していくことから、多重反射理論という基盤での変位という概念を用いることはできない。小文の目的は地盤中のエネルギー密度の概念を用いてLove波による地盤の振動応答を定義し、合わせて粘性減衰の定数Qによって応答の減衰を求めることにある。

2.弾性解の理論と計算例

式(1)で表わされるLove波の波動方程式は、この式に式(2)を代入して地表から $V(z)=0$ となる深度 z まで積分することによって、式(3)のエネルギー積分による表現に変形することができる¹⁾。 $F(\omega, k)$ は地層境界での連続条件と境界条件をすべて満足していることから、Love波の特性方程式と等価のエネルギー式とみることが出来る。式(3)のうち、右辺第1項は運動エネルギー密度 E_k 、2,3項はひずみエネルギー密度 E_p に対応している²⁾。式(3)がLove波の特性方程式と等価であることから、式(6)によって群速度 $U(\omega)$ を求めることができる³⁾。

Love波による地盤の変位応答関数 $R(\omega)$ として、単位のエネルギが地盤に入力されたときの地表の変位と考えると、 $R(\omega)$ は式(7)によって表わすことができる。ここで E_k は地表での変位を1としたときの地盤の運動エネルギー密度である。

表1で掲げた八戸の地盤について弾性解の計算結果を図1~3に示す。変位応答関数 $R(\omega)$ (図3)と港湾技術によって八戸で得られた強震記録の加速度スペクトル(図4)とを比較すると、両方のピークはよい一致を示している。

強震計によってLove波と考えられる地震記録が得られたとき、この変位のスペクトルを $D(\omega)$ とすると、地表での運動エネルギーは $\omega^2 D(\omega)$ に比例する。このことから、地震記録が得られたときの地点、1での地震応答の推定は式(8)によって行なうことができる。式(8)は ω の同次の関数であることから、変位のみでなく、速度、加速度の推定にも用いることができる。

3.粘弾性地盤への拡張

$$\rho(x) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(G(x) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(G(x) \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$v = V(z) \exp(i k x - i \omega t) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} F(\omega, k) &= \omega \int_0^b \rho V^* dx - k \int_0^b G V^* dx - \int_0^b G \left(\frac{dV}{dz} \right)^* dz \\ &= \omega^* I_0 - k^* I_1 - I_2 = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$E_k = \omega^* I_0 / 2 \quad (4)$$

$$E_p = (k^* I_1 + I_2) / 2 \quad (5)$$

$$U(\omega) = \frac{d\omega}{dk} = - \left(\frac{\partial F}{\partial k} \right) / \left(\frac{\partial F}{\partial \omega} \right) = \frac{I_1}{C I_0} \quad (6)$$

$$R(\omega) = \frac{1}{\sqrt{E_k(\omega)}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^* I_0 / 2}} \quad (7)$$

$$D_1(\omega) = \frac{R_1(\omega)}{R_2(\omega)} D_2(\omega) \quad (8)$$

ω : frequency, k : wave number, C : phase velocity

ρ : density, G : rigidity, v : displacement

表-1 八戸港湾における速度推定

Depth (m)	Thickness (m)	S-wave velocity (m/sec)	P-wave velocity (m/sec)	Density (g/cm ³)
2.0	2.0	100.0	250.0	1.8
4.0	2.0	160.0	380.0	1.8
7.0	3.0	195.0	460.0	1.9
10.0	3.0	195.0	1660.0	2.0
12.0	2.0	380.0	1660.0	2.0
13.0	1.0	200.0	1660.0	2.0
14.0	1.0	375.0	1660.0	2.0
17.0	3.0	375.0	1900.0	1.6
18.0	1.0	200.0	1900.0	1.6
28.0	10.0	430.0	1900.0	1.6
36.0	8.0	270.0	1900.0	1.7
180.0	144.0	370.0	1900.0	1.9
360.0	180.0	690.0	2060.0	2.0
800.0	20.0	1100.0	2800.0	2.1
		2800.0	4900.0	2.8

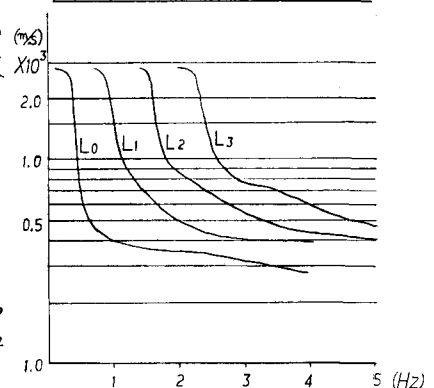


図1 位相速度

Low Loss MediumでのLove波の波動方程式は式(9)で表わされる。⁶⁾
 ここで $Q_L(\omega)$ は各地層のS波についての減衰をもたらし ω に独立な
 変数、 $Q_L(\omega)$ は地盤のLove波についての減衰である。この式につ
 て式(3)と同様にエネルギー積分の式を求めると式(44)となる。こ
 こですべての地層について $Q_L(\omega)$ が同一とすると、 $Q_L(\omega)$ に対する $Q_{L\omega}$
 の比は式(45)の弾性解についてのエネルギー式の中の項の組みあ
 わせで求めることができる。

$Q_L(\omega)$ は1周期の間に失われたエネルギーとその時の振動エネ
 ルギーの比から求められることから式(46)粘弾性地盤での変位応
 答関数 $R^*(\omega)$ は、式(47)によって求めることができる。実際の操作と
 しては、図5によって、仮定した Q から $Q_L(\omega)$ を求め、図3の $R(\omega)$
 から $R(\omega)\pi Q_L(\omega)^{-1}$ を引くことによって近似的に求めることができる。

4.まとめ

① Love波による地盤の変位応答関数は、地盤中の運動エネ
 ルギー密度の逆数と考えることができる。八戸での計算結果では、
 強震記録のスペクトルとよい一致を示す。

② 粘弾性地盤を考えた場合、Love波の減衰 $Q_L(\omega)$ はエネルギー
 積分によって求めることができる。特に全地層の Q が同一の場合
 には、弾性地盤のエネルギー積分の式から $Q_L(\omega)$ が得られる。

謝辞 本研究について常に熱心な討議とご指導いただいた群馬大
 学 音田 功助教授と、ご教授いただいた東北工業大学 神山 真
 両氏に感謝します。

$$P(x) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ G(x) \left(1 + \frac{1}{10\omega Q(x)} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial v}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ G(x) \left(1 + \frac{1}{10\omega Q(x)} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial v}{\partial x} \right\}$$

$$v = V(x) \exp(-j\pi x + i\omega t)$$

$$j = \alpha + i\beta \quad (11), \quad C = \omega/\beta \quad (12), \quad Q_L(\omega)^{-1} = 2C\alpha/\omega = 2\alpha/\beta$$

$$F(\omega, j) = \omega^2 \int_0^b V^2 dx - \beta^2 \int_0^b G V^2 dx - \frac{\beta^2}{Q_L(\omega)} \int_0^b \frac{G}{Q} V^2 dx - \int_0^b \left(\frac{dV}{dx} \right)^2 dx$$

$$+ i \left[\frac{\beta^2}{Q_L(\omega)} \int_0^b G V^2 dx - \beta^2 \int_0^b \frac{G}{Q} V^2 dx - \int_0^b \frac{G}{Q} \left(\frac{dV}{dx} \right)^2 dx + \sum_{l=1}^{n-1} \left\{ \left(\frac{G}{Q} \right)_l - \left(\frac{G}{Q} \right)_{l+1} \right\} \left(\frac{dV}{dx} \right)_{l+1} \right] = 0$$

$$\frac{Q_L(\omega)}{Q} = \frac{\beta^2 \int_0^b G V^2 dx}{\beta^2 \int_0^b G V^2 dx + \int_0^b G \left(\frac{dV}{dx} \right)^2 dx} = \frac{\beta^2 I_1}{\beta^2 I_1 + I_2} = \frac{\beta^2 I_1}{\omega^2 I_0}$$

$$Q_L(\omega)^{-1} = \frac{\Delta E}{2\pi E}$$

$$R^*(\omega) = \frac{1}{\sqrt{E_k(\omega)(1+2\pi Q_L(\omega)^{-1})}} = R(\omega) \frac{1}{\sqrt{1+2\pi Q_L(\omega)^{-1}}} \approx R(\omega)(1-\pi Q_L(\omega)^{-1}) \quad (17)$$

j : complex wave number, n : number of layers

参考文献 1)佐藤泰夫:弾性波動論(1978) 2,3)Harkrider et. al.

J. Geophysics Vol. 71, NO. 2 (1966) 4)大沢 祥ほか:「構造物災害に対する地震動特性の研究」(1972) 5)土
 田 肇ほか:港湾研究資料NO.80(1969) 6)平沢朋郎, 佐藤良輔:地震 第2輯 Vol. 16, NO. 3

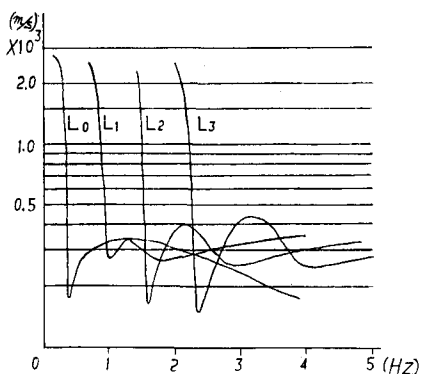


図2 群速度

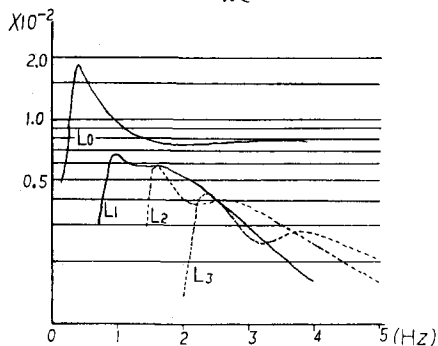


図3 変位応答関数

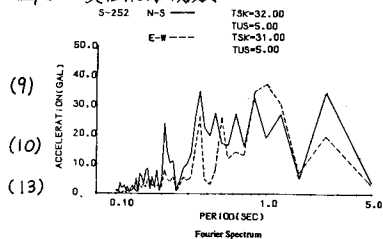


図4 十勝沖地震の加速度スペクトル

