

大阪大学工学部 正員 西村宣男

大阪大学工学部 正員 小松定夫

1. まえがき 吊橋の各種振動に対する吊構造各構面のせん断変形の影響は、および固有振動数が1c/sを越える高次モードについて顕著に現われる。¹⁾ このような周波数領域のスペクトルが卓越する地震応答解析の吊橋モデルには吊構造のせん断変形を考慮に入れるべきであると考えらる。本研究では鉛直たわみ振動、水平たわみ振動およびねじれ振動について、それぞれ補剛トラス、横構および対称構のせん断変形の影響をパラメータ解析により、明らかにすると共に、せん断変形の影響を含む固有振動数の簡易算定式を示す。

2. 鉛直たわみ振動 Melanの撓度式に補剛トラスのせん断変形を導入すると振動方程式は次式で与えられる。

$$EJv'''' - Hv'' - H_p y'' = -\frac{m_A}{8} \ddot{v} + \frac{EI_x}{GA_y} \frac{m_A}{8} (\ddot{v})'' \quad (1)$$

こゝに、 $EJ = EI_x(1 + H_d/GA_y)$, $H = H_d + H_p$, $I_x = A_c h^2$, $A_y = 2t_1 h$, h : 補剛トラス高, A_c : 弦材断面積, t_1 : 補剛トラス換算板厚, H_d : 死荷重 m_A によるケーブル水平張力。

吊橋の鉛直たわみ振動に関係する無次元パラメータは $P_1 = \sqrt{H_d/EI_x} \cdot l_c$, $P_2 = E_c F_c f^2 / L_c H_d l_c$, $P_3 = EI_x / GA_y l_c^2$, $P_4 = l_s / l_c$, $P_5 = \omega \sqrt{m_A l_c^4 / 8EI_x}$ 。こゝに $E_c F_c / L_c$: ケーブル定数, f : ケーブルサグ, l_s : 側径間長, l_c : 中央径間長。

これらの無次元パラメータは中央径間長500m以上の吊橋について以下の範囲に分布している。 $P_1: 8 \sim 50$, $P_2: 1.5 \sim 2.5$, $P_3: 10^{-4} \sim 10^{-3}$, $P_4: 0.18 \sim 0.5$ 。これらの分布特性と力学特性

を与える影響を考慮してパラメータを $P_1 = 10, 20, 30$, $P_2 = 2.0$, $P_3 = 10^{-4}, 5 \times 10^{-4}$, $P_4 = 0.3, 0.5$ と

して、式(1)の数値計算を行い、無次元表示した固有振動数を表1に掲げる。補剛トラスのせん断変形の影響は対称および非対称振動について、それぞれ4次および5次元より明瞭に現われる。これらの高次モードの振動数は次の近似式で精度良く評価できる。

$$\frac{P_5}{l_c^2} = \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{1 + (P_1' + \frac{1}{P_3'}) P_2^2}{1 + P_3' \pi^2}} \quad (2) \quad \text{こゝに } P_1' \text{ および } P_3' \text{ は } l_c \text{ の代りに固有}$$

= l/η を用いたパラメータである。この近似式を用いてせん断変形による固有振動数の低減比 ω/ω_0 を求めると図1の実線になる。これに式(1)の Galerkin 法による解いた値をプロットしたが、式(2)はせん断変形の影響の精度良く評価式になっている。

3. 水平たわみ振動 横構のせん断変形を考慮した吊橋の水平たわみ振動に関する基礎式は以下のようになされる。

$$\left. \begin{aligned} EI_y \theta_y'' - GA_x (\theta_y + u_s') &= -\frac{m_s}{9} b^2 \ddot{\theta}_y, & -GA_x (\theta_y + u_s') \\ + \frac{m_s}{\eta(x)} (u_s - u_c) &= -\frac{m_s}{9} \ddot{u}_s, & -H_d u_c'' - \frac{m_s}{\eta(x)} (u_s - u_c) = -\frac{m_c}{9} \ddot{u}_c \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

こゝに $I_y = A_c b^2$, $A_x = 2t_2 b$, b : 補剛トラス間隔, t_2 : 横構

表1-2 鉛直たわみ固有振動数
(無次元) 逆対称振動

次数	$P_1=10$	$P_1=20$	$P_1=30$
1	74.0 c	131.6 c	192.6 c
2	149.6 s	235.1 s	331.8 s
3	197.2 c	293.7 c	406.5 c
4	377.8 c	499.3 c	653.4 c
5	449.1 s	577.3 s	743.4 s
6	605.3 c	745.6 c	933.7 c
7	866.6 cs	1023.2 cs	1241.2 cs
8	1150.2 c	1322.6 c	1568.4 c
9	1347.4 c	1530.3 c	1794.2 s
10	1447.6 c	1635.8 c	1908.7 c

上段: $P_2=5 \times 10^{-4}$, 下段: $P_2=10^{-3}$
凡例 cs: center span, side span
c: center spanのみ変位
s: side spanのみ変位

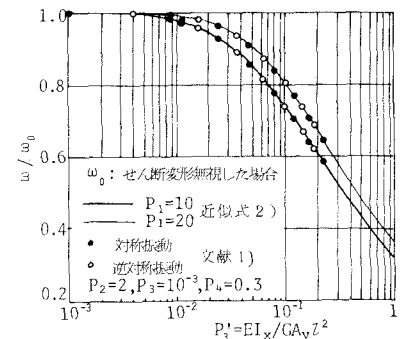


図1 鉛直たわみ振動に対するパラメータの影響

換算板厚, m : 吊

構造重量, m_c : ケ

ーブル重量, u_c :

u_c : ケーブルお

の吊構造の水平変

位, θ_y : 吊構造回

転角。

水平たわみ振動

に内挿する無次元

パラメータは

$$P_0 = \sqrt{H_0/EI_y} l_c, P_1 = m_s l_c^3 / EI_y, P_2 = EI_y / G A_x l_c^2$$

$$P_3 = m_c / m_s, P_4 = l_c / f, P_5 = l_c / h_t, P_6 = \omega \sqrt{m_s l_c^3 / g EI_y}$$

である。なお P_3 は P_2, P_4 および P_0 に

従属している。実橋におけるこれら

のパラメータの分布範囲を考慮して

$$P_0 = 4, 6, 8, P_3 = 0.002, 0.005, P_4 = 0.2,$$

$$0.3, P_5 = 0.1, P_6 = 0.102 \text{ として式}$$

(3) を数値計算し無次元表示した固有

振動数 P_2 を表 2 に掲げる。せん断

変形の影響は吊構造の変位が卓越し

たモード (表中の (C), (C)) に現わ

れる。4 次乃至 5 次以上の固有振

動数の簡易算定式として

$$P_2 / l_c^2 = (\pi / \bar{x})^2 / \sqrt{1 + P_3^2} \quad (4)$$

を与えることができる。(図 2)

4. ねじれ振動

紙面の都合より振動方程式は省略する。(主参考文献: 本邦建設橋鋼上部構造研究会報告書、7-予の解析

と吊橋解析の連携、昭和 49 年参照) ねじれ振動については吊構造の腹材の 2 次せん断変形および対称構のせん断変形

の影響を考慮している。無次元パラメータは既述の P_2, P_3 のほか

$$P_7 = \sqrt{GJ/A} l_c, P_8 = H a b^3 / 4 G J, P_9 = \sqrt{2 G J} l_c, P_{10} = G J / b I$$

$$P_{11} = m_\omega / m_{pl} l_c^2, P_{12} = \omega \sqrt{m_{pl} l_c^3 / G J}$$

また高次モードの振動

数の簡易算定式として

$$\frac{P_{12}}{l_c} = \frac{\pi}{\bar{x}} \sqrt{\frac{(1 + \frac{P_3}{P_2}) (1 + P_7 P_8)}{1 + \frac{P_3^2 P_9}{P_2^2}}} \quad (5)$$

を与える。2 次せん断

変形の影響は $P_{10} = P_{10} / P_3^2$

で評価できる。

参考文献 1) 小松, 西村: 吊橋の固有振動に対する吊構造せん断変形の影響, 主参考文献同西支部年次講演会報

要集, 昭和 55 年 6 月。

表 2-1 水平たわみ固有振動数 (無次元) 対称振動

次数	$P_0 = 4.0$		$P_0 = 6.0$		$P_0 = 8.0$	
	$P_3 = 0.2$	$P_3 = 0.3$	$P_3 = 0.2$	$P_3 = 0.3$	$P_3 = 0.2$	$P_3 = 0.3$
1	14.1500 14.2300	13.6500 13.7300	18.7000 18.7800	18.0400 18.1200	23.5000 23.6000	22.7700 22.8400
2	73.2400 76.4200	62.7700 62.9400	77.4600 84.5900	75.9400 82.6700	81.5700 88.5600	80.0900 86.8800
3	78.2700 82.3200	72.8900 79.2600	116.0600 116.1200	95.1800 95.4500	154.6000 154.6500	126.5800 126.6500
4	127.0000 127.4500	104.7500 105.6500	165.9200 188.2000	153.2800 155.2400	170.0300 204.4600	167.8400 197.8400
5	158.6900 166.3900	134.6700 136.1700	191.3300 203.5200	166.8200 192.1600	253.1800 254.4200	208.0900 212.2900
6	176.2600 202.1900	165.1400 171.9800	250.8700 255.6100	208.4200 217.3500	266.0000 333.1600	260.1300 276.4500
7	213.3300 216.6900	177.1800 205.0500	266.8400 317.4300	253.2400 320.3700	338.7700 352.9400	281.0800 336.0100
8	260.0000 264.3200	214.9400 215.9100	321.5200 350.4300	272.4100 321.4400	362.0300 428.8800	345.6000 360.9000
9	268.5200 317.8800	258.5000 259.1200	339.8100 349.7000	322.2300 349.7000	428.7700 497.2200	364.8400 430.0800
10	317.8800 346.8700	264.7900 346.3700	398.2500 476.0800	361.2100 388.7700	456.3500 532.2700	430.8000 499.1400

表 2-2 水平たわみ固有振動数 (無次元) 逆対称振動

次数	$P_0 = 4.0$		$P_0 = 6.0$		$P_0 = 8.0$	
	$P_3 = 0.2$	$P_3 = 0.3$	$P_3 = 0.2$	$P_3 = 0.3$	$P_3 = 0.2$	$P_3 = 0.3$
1	38.7700 40.4300	37.9700 39.5700	42.3900 44.5700	42.3400 43.7800	48.0600 49.5600	47.1900 48.6400
2	76.7500 76.9200	62.7900 63.0000	111.7500 113.9800	92.5500 93.0900	123.4000 139.3400	116.8100 121.8400
3	116.9000 126.2300	102.7200 103.9500	125.1300 141.3400	121.3800 137.6600	155.4500 157.9000	152.2400 145.2700
4	133.3000 143.0600	122.3900 139.2100	194.5600 196.2800	159.8000 162.2300	217.6400 257.7900	207.0000 212.0400
5	182.0100 182.8700	148.5800 150.0100	217.2700 265.8100	211.2900 221.8100	262.3100 278.9000	223.3200 242.4400
6	215.5200 235.8700	191.6300 192.1200	275.1300 283.4400	228.7200 274.1600	313.8200 366.7300	296.2300 302.0200
7	236.7600 273.7200	215.8800 236.4300	312.2500 354.1600	286.9300 290.1300	367.6600 422.7500	316.3400 382.9500
8	289.9300 290.6500	236.5900 237.4700	355.7300 421.4800	314.3700 354.5900	408.9900 474.7400	384.7100 425.4500
9	312.9100 345.1200	281.1900 281.4500	406.7200 437.2400	354.7900 419.8400	473.8800 569.7800	409.9100 473.4400
10	345.1100 400.1800	311.5100 326.3600	437.1200 437.1200	407.3600 424.9100	502.8400 587.1900	473.5700 560.8700

上段: $P_0 = 0.005$ 下段: $P_0 = 0.002$

凡例 ○: suspended structure, C: cable

○: つり構造とケーブルの変位同程度

○: つり構造の変位大

○: ケーブルの変位大

C: ケーブルの変位大、つり構造の変位極小

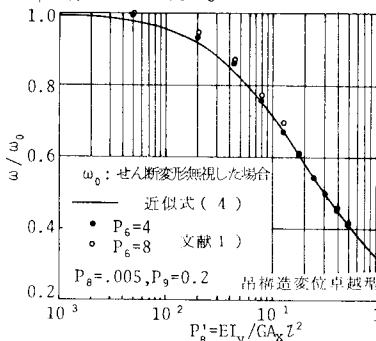


図 2 水平たわみ振動に対するパラメータの影響

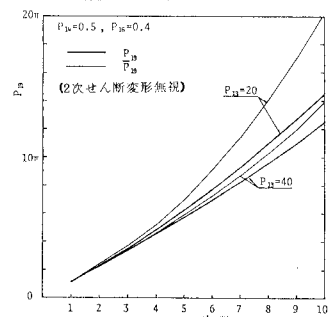


図 3 ねじれ固有振動に対する吊構造の 2 次せん断変形の影響 近似式 (5)

表 3-2 ねじれ固有振動数 (無次元) 逆対称振動

次数	$P_{11} = 20$		$P_{11} = 30$		$P_{11} = 40$	
	$P_{10} = 0.1$	$P_{10} = 0.5$	$P_{10} = 0.1$	$P_{10} = 0.5$	$P_{10} = 0.1$	$P_{10} = 0.5$
1	6.670c 6.742c	7.775c 7.825c	6.574c 6.650c	7.693c 7.746c	6.539c 6.616c	7.663c 7.717c
2	9.666s 9.855s	11.245s 11.376s	9.394s 9.604s	11.014s 11.160s	9.291s 9.510s	10.927s 11.079s
3	13.812c 14.246c	16.006c 16.310c	13.107c 13.631c	15.404c 15.774c	12.820c 13.384c	15.160c 15.561c
4	20.715s 21.599s	23.805s 24.423s	18.953s 20.188s	22.508s 23.188s	18.135s 19.551s	21.624s 22.636s
5	21.790c 22.766c	25.003c 25.696c	19.775c 21.167c	23.273c 24.280c	18.320c 20.432c	22.466c 23.637c
6	30.674c 32.133c	34.810c 35.850c	26.921c 29.329c	31.534c 33.377c	24.831c 27.842c	29.749c 32.021c
7	33.645s 35.165s	38.065s 39.127s	29.536s 32.150s	34.519s 36.454s	27.127s 30.480s	32.489s 34.996s
8	40.280c 42.063c	45.261c 46.532c	34.789c 38.080c	40.373c 42.923c	31.259c 35.654c	37.294c 40.750c
9	47.874c 49.721s	47.890c 54.755s	41.719s 45.336s	47.880c 50.849s	37.334s 42.409s	44.284s 48.262s
10	47.885s 52.319c	48.770s 57.529c	43.401c 47.323c	48.064s 52.963c	38.355c 43.870c	45.325s 49.832c

上段: $P_{11} = 20$ 下段: $P_{11} = 60$

凡例 c: center span, s: side span

cs: center span, side span とともに変位

c: center span のみ変位

s: side span のみ変位

c, s: 断面変形を越えた振動