

大阪大学工学部 正員 〇川谷 九郎  
 大阪大学工学部 正員 小松 定夫

**1. まえがき** 路面不整を有する道路橋と走行車両の非定常連成ランダム振動を、確率論的に解析しようと試みられて来た<sup>1),2)</sup> 本文では、この問題の解析手法を新たに定式化した<sup>3)</sup> すなわち、路面不整を有する単純桁橋と走行車両に関する連立微分方程式より、状態ベクトル表示を用いた振動方程式を誘導し、線形微分方程式の理論より得られるこの解過程を用いて、直接、応答の共分散行列を求めた。本解析手法によると、路面凹凸波形のパワースペクトルとそのまゝ入力データとして用いることが可能である。本研究においては、橋梁の動的応答に大きな影響を及ぼす大型トラックの前後輪を考慮して2自由度系に置換した解析モデルを用いる。この2自由度系解析モデルを用いた場合の橋梁の動的特性を統計学的に研究する。

**2. 解析手法** 図-1に示すように、車両を2自由度系にモデル化する場合、橋梁と走行車両の連成振動方程式は一般化座標 $\tilde{x}_i(t)$ を用いて次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\tilde{x}}_i + 2\lambda_i \omega_i \dot{\tilde{x}}_i + \omega_i^2 \tilde{x}_i &= \frac{1}{M_i} \sum_{m=1}^n \phi_i(x_{2m}) \tilde{P}_{2m}(t) \quad (i=1, 2, \dots, n), \\ m_v \ddot{z}_v + \sum_{j=1}^2 \tilde{V}_j(t) z_v &= 0, \quad m_v \ddot{z}_v - \sum_{j=1}^2 (-1)^j \lambda_j \tilde{V}_j(t) z_v = 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{V}_i(t) &= k_{v2} \tilde{z}_v - (-1)^j \lambda_j \tilde{z}_v - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial t} \tilde{z}_v + C_{v2} \{ \tilde{z}_v - (-1)^j \lambda_j \tilde{z}_v - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial t} \tilde{z}_v \}, \\ \tilde{z}_{2m} &= \sum_p \tilde{\phi}_p(t) \phi_p(x_{2m}) + z_0(x_{2m}), \quad x_{2m} = vt - \lambda_{v2m} \end{aligned} \right\} (2)$$

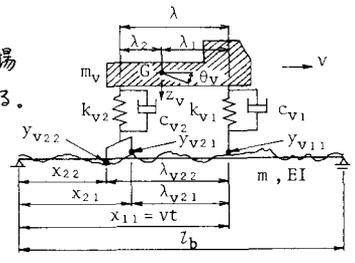


図-1 橋梁と車両の解析モデル

ここで、添字 $\sim$ : 不規則変動量の平均値からの偏差を示す。 $\omega_i$ : 橋の第*i*次固有円振動数、 $\lambda_i$ : 橋の第*i*次振動モードに対する減衰定数、 $\phi_i(x)$ : 橋の第*i*次固有振動モード、 $M_i$ : 橋の一般化質量で、単純桁の場合  $M_i = \frac{mL}{2} (\text{一定})$ 、 $m_v \ddot{z}_v$ : 車両の回転慣性、 $a(t)$ : 車両の前後輪の軸数、ここでは  $a(1)=1, a(2)=2$ 、 $z_0(x)$ : 路面凹凸量、他の記号は図-1を参照、但し、図中のGは車両重心である。

橋と車両に関する状態ベクトル $w(t)$ と外力変数ベクトル $z(t)$ を次のようにおくと、

$$\left. \begin{aligned} w(t) &= \{ \tilde{x}_1; \tilde{x}_2; \dots; \tilde{x}_n; \tilde{z}_v; \tilde{z}_v; \dots; \tilde{z}_n; \tilde{z}_v; \tilde{z}_v; \tilde{z}_v; \tilde{z}_v \} \\ z(t) &= \{ z_0(x_{21}); z_0(x_{22}); z_0(x_{22}); z_0(x_{21}); z_0(x_{21}); z_0(x_{22}) \} \end{aligned} \right\} (3)$$

式(1)は次式の状態方程式として表わされる。  $\dot{w}(t) = A(t)w(t) + B(t)z(t)$  (4)

初期条件  $w(t_0) = w_0$  のもとの式(4)の解過程は、線形微分方程式の理論より次式となる。

$$w(t) = \Phi(t, t_0) w_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B(\tau) z(\tau) d\tau \quad (5)$$

但し、 $\Phi(t, \tau)$ : 状態遷移行列、初期条件 $w_0$ について、橋は車の進入直前まで静止しているものとし、橋面上と同じ統計学的特性をもつ路面凹凸上を走行して来た車は進入直前に定常状態に達しているものと仮定する。この初期条件より、状態ベクトル $w(t)$ の共分散行列  $R_w(t, t_0)$  は次式となる。

$$\begin{aligned} R_w(t, t_0) &= E[w(t)w^T(t_0)] = \Phi(t, t_0) \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right] \Phi^T(t_0, t_0) + \Phi(t, t_0) \int_{t_0}^t \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right] H^T(t_0, \omega) d\omega \\ &+ \int_{t_0}^t H^T(t, \omega) \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right] \omega^T S_2(\omega) H^T(t, \omega) d\omega \Phi^T(t, t_0) + \int_{t_0}^t H^T(t, \omega) \omega S_2(\omega) H^T(t, \omega) d\omega \quad (6) \end{aligned}$$

表-1 橋梁の構造諸元

スパン長 (m)	50	60	80	100
単位長当り重量 (t/m)	2.72	2.753	2.795	2.82
断面2次モーメント (m <sup>4</sup> )	0.20095	0.31324	0.62052	1.03814
1次固有振動数 (Hz)	2.45	2.11	1.66	1.37
減衰定数	0.02	0.02	0.02	0.02

表-2 車両諸元

総重量 (t)	13.6	20.7
ばね定数 $k_{v1}$ (t/m)	671.13	112.86
$k_{v2}$	—	645.66
減衰係数 $C_{v1}$ (t·sec/m)	1.831	0.811
$C_{v2}$	—	4.642
走行速度 $V$ (km/hr)	36	36, 60, 80

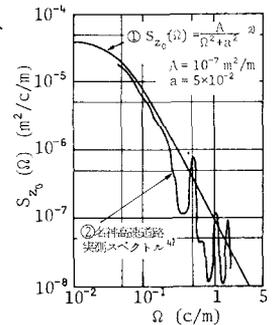


図-2 路面凹凸パワースペクトル

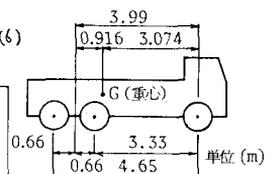


図-3 車両寸法(総重量20.7t)

ここに、 $H(t, \omega) = \int_0^t \underline{a}(t, \tau) B(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$ ,  $H_1(t, \omega) = \int_0^t \underline{a}_1(t, \tau) B_1 e^{-j\omega\tau} d\tau$

$$\hat{S}_2(\omega) = \frac{1}{2\pi T} S_2(\frac{\omega}{2\pi T}) : \text{路面凹凸パワースペクトル}$$

$$\omega = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{21}} & e^{-j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{22}} & j\omega & j\omega e^{-j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{21}} & j\omega e^{-j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{22}} \\ e^{j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{21}} & 1 & e^{j\frac{\omega}{2\pi T} (\lambda_{22} - \lambda_{21})} & j\omega e^{j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{21}} & j\omega & j\omega e^{j\frac{\omega}{2\pi T} (\lambda_{22} - \lambda_{21})} \\ e^{j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{22}} & e^{j\frac{\omega}{2\pi T} (\lambda_{22} - \lambda_{21})} & 1 & j\omega e^{j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{22}} & j\omega e^{j\frac{\omega}{2\pi T} (\lambda_{22} - \lambda_{21})} & j\omega \\ -j\omega & -j\omega e^{-j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{21}} & -j\omega e^{-j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{22}} & \omega^2 & \omega^2 e^{-j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{21}} & \omega^2 e^{-j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{22}} \\ -j\omega e^{j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{21}} & -j\omega & -j\omega e^{j\frac{\omega}{2\pi T} (\lambda_{22} - \lambda_{21})} & \omega^2 e^{j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{21}} & \omega^2 & \omega^2 e^{j\frac{\omega}{2\pi T} (\lambda_{22} - \lambda_{21})} \\ -j\omega e^{j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{22}} & -j\omega e^{j\frac{\omega}{2\pi T} (\lambda_{22} - \lambda_{21})} & -j\omega & \omega^2 e^{j\frac{\omega}{2\pi T} \lambda_{22}} & \omega^2 e^{j\frac{\omega}{2\pi T} (\lambda_{22} - \lambda_{21})} & \omega^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

添字\* : 共役複素数, 添字T : 転置行列,  $B_1$ ,  $\underline{a}_1(t, \tau)$ : 車両一路面系状態方程式の外力変数ベクトルに掛かる係数行列およびその状態遷移行列,  $j$ : 虚数単位,  $R_{jk}(t, t_0)$  より橋のたわみに関する二乗平均値は次式となる。  $R_{jk}(t, t_0) = \int_{t_0}^t \hat{g}_k(x) \hat{g}_k(x) R_{g_k g_k}(t, t_0) dt$  (8)

但し,  $R_{g_k g_k}(t, t_0) = E[\hat{g}_k(t) \hat{g}_k(t_0)]$

**3. 数値計算結果**

数値計算に用いた路面凹凸パワースペクトルを図-2に, 橋梁と車両の諸元を表-1, 2に, また車両寸法を図-3に示す。(1)スパン長100mの単純桁橋を対象として, 路面凹凸スペクトルモデル  $S_{g_k}(\Omega) = A/(\Omega^2 + a^2)$  を用いた場合の, スパン中央におけるたわみに関する標準偏差の本解析結果を, 図林の共分散方程式による解と共に図-4に示す。両者は良好な一致を示している。(2)図-2に示す②実測路面凹凸スペクトルをそのまま用いた場合と, ①それをモデル化したスペクトル  $S_{g_k}(\Omega) = A/(\Omega^2 + a^2)$  を用いた場合の本解析結果を図-5に示す。路面凹凸スペクトルとして②の実測値を用いた場合は①のモデルを用いた場合よりたわみの標準偏差がかなり小さくなり, 実測値を入力データとして用いることができる本解析法の特長が示されたものと思われる。(3)走行車両のモデル化の相違による橋の応答の変化を図-6に示す。車両として1自由度系モデル, 前輪・後輪共1軸の2自由度系モデル, 前輪1軸・後輪2軸の2自由度系モデルを用いた順に, 橋の動的たわみの標準偏差が小さくなり, 特に, 前輪1軸・後輪2軸としてモデル化した場合は, 1自由度系モデルの場合と比較して,  $\sigma_y/y_{s, \max}$  が約4割となつてゐる。ここで対象とした100mのスパン長は単純桁橋の適用限界に近い値であると考えられることより, 単純桁橋の動的応答を考える場合, 大型トラックの実際の軸数に合わせて走行車両を2自由度系にモデル化するのが望ましいと考えられる。(4)車両の走行速度を36, 60, 80 km/hrとした場合の橋の応答の変化を図-7に示す。荷重位置が  $\frac{2}{3}$  点を過ぎた後において, 速度60 km/hrの場合が80 km/hrの場合よりも  $\sigma_y/y_{s, \max}$  は大きくなつてゐるが, 他の荷重位置においては, 走行速度と共に  $\sigma_y/y_{s, \max}$  は大きくなつてゐる。(5)単純桁橋のスパン長による  $\sigma_y/y_{s, \max}$  の最大値の変化を図-8に示す。図中の破線は, 路面凹凸を無視した場合の動的応答のシミュレーションより得られる(動的増幅率)-1である。(動的増幅率)-1がスパン長により減少する割合に比べて,  $\sigma_y/y_{s, \max}$  の最大値はスパン長と共に急激に減小し, スパン長が大きくなると橋梁の動的応答に及ぼす路面凹凸の影響が小さくなることを示している。

**4. あとがき**

本解析法の特徴は次の通りである。(1)路面凹凸波形のパワースペクトルをそのままを入力データとして用いることが可能である。(2)大型トラックの前後輪を考慮して走行車両を2自由度系にモデル化した。 [参考文献] 1)吉村虎・島坂・内谷, 土木学会論文報告集, 第258号, 1977-2, 2)図林, 土木学会論文報告集, 第286号, 1979-6, 3)小松・川谷・福井, 土木学会関西支部年講概要, 1980-6, 4)川谷・森崎, 三菱重工技報, Vol. 2, No. 2, 1965.

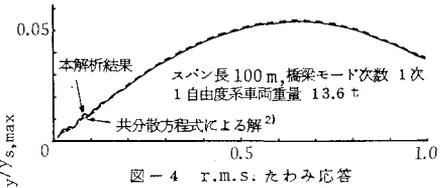


図-4 r.m.s. たわみ応答

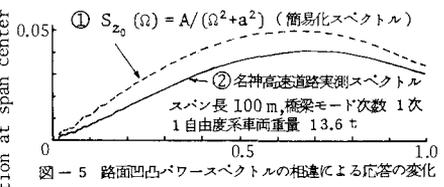


図-5 路面凹凸パワースペクトルの相違による応答の変化

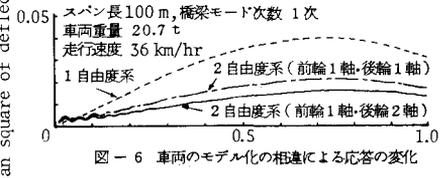


図-6 車両のモデル化の相違による応答の変化

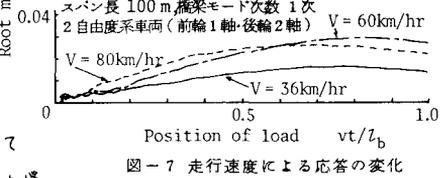


図-7 走行速度による応答の変化

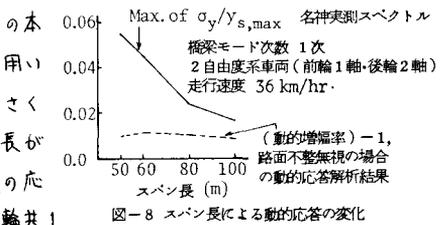


図-8 スパン長による動的応答の変化