

鹿児島高専 正 内谷 保
九州大学工学部 正 彦坂 照
学 川内丸隆弘

1. まえがき

筆者等は先に道路橋の設計衝撃係数の合理的評価を目的として定常不規則振動論を用いた連行自動車荷重による橋梁の定常ランダム走行応答の一解析手法を提示し、単純桁橋における非定常ランダム応答解析結果と比較検討しその実用性を示した。定常不規則振動論を用いたこの種の研究はこれまでいくつか発表されているが、これらは連行車両間の連成を無視したり、橋梁を1質点からなるばね-質量系にモデル化し連行自動車荷重の載荷状態を無視したりしている。しかし、各車両間の連成や連行自動車荷重の載荷状態などの影響は無視できない要素であると思われる。これに付して、本論で用いる解析手法はモーダル解析による連行車両-橋梁系の運動方程式を直接数値解析することにより、連行車両と橋梁の連成はもちろん各車両間の連成および各固有振動モード間の相関もすべて考慮できる特徴を有している。ここでは、高次までの固有振動モードを必要とするランゲル橋を対象として各種パラメータの変化による定常ランダム応答を求めるとともに衝撃係数の検討を行った。

2. 定常不規則振動論による橋梁の定常ランダム走行応答と衝撃係数の計算

図-1に示すように、路面凹凸 $\Delta(x)$ （平均値零の定常ランダム過程）を有する橋梁に N 台の連行車両がある固定された位置で走行中の不規則振動を及ぼしているものとするとき、橋梁の変位 $Y(x, t)$ の動的成分（動的増加たわみ）を $y(x, t)$ 、各車両の鉛直変位を $z_j(t)$ ($j=1, 2, \dots, N$)とする。橋梁の n 次の正規化モードを $\phi_n(x)$ 、基準座標を $g_n(t)$ とすれば $y(x, t)$ は次式で表わされる。

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) g_n(t) \quad (1)$$

ここに、 $g_n(t)$ は平均値零の定常ランダム過程となり、連行車両-橋梁系の運動方程式は次の $g_n(t)$ と $z_j(t)$ ($j=1, 2, \dots, N$)に関する連立微分方程式で与えられる。

$$\ddot{g}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{g}_n(t) + \omega_n^2 g_n(t) = -\frac{1}{g} \sum_{j=1}^N P_j \phi_n[v(t-t_j)] \ddot{z}_j(t) \quad (2)_g$$

$$\ddot{z}_j(t) + 2\zeta_j \omega_j \dot{z}_j(t) + \omega_j^2 z_j(t) - \omega_j^2 \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n[v(t-t_j)] g_n(t) = \omega_j^2 \Delta[v(t-t_j)] \quad (2)_z$$

ただし、 ω_n , ζ_n は橋梁の n 次の固有円振動数、減衰定数、 P_j , ω_j , ζ_j は車両の総重量、固有円振動数および減衰定数である。また、 v は連行車両の走行速度、 t_j は j 台目の車両が橋梁に進入する時刻を示し、 $t_j=0$ である。

式(2)_{g, z}において、路面の不規則凹凸 $\Delta(x)$ を定常ランダム入力とし $g_n(t)$, $z_j(t)$ の周波数応答関数を $H_{g_n}(i\omega)$, $H_{z_j}(i\omega)$ ($j=1, 2, \dots, N$)とすれば次式が得られる。

$$H_{g_n}(i\omega) = \frac{1}{g} \frac{\omega^2}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\zeta_n \omega_n \omega} \sum_{j=1}^N P_j \phi_n[v(t-t_j)] H_{z_j}(i\omega) \quad (3)$$

$$[A_{j\ell}(i\omega)] \{H_{z_j}(i\omega)\} = \{B_j(i\omega)\} \quad (4)$$

ここに、 $[A_{j\ell}(i\omega)]$ は $N \times N$ の複素正方行列、 $\{H_{z_j}(i\omega)\}$, $\{B_j(i\omega)\}$ は N 行の列ベクトルである。式(4)の複素係数を持つ連立一次方程式を解くことにより各車両の周波数応答関数 $H_{z_j}(i\omega)$ が求められ、これを式(3)の右辺に代入して $H_{g_n}(i\omega)$ が求められる。橋梁の動的増加たわみ $y(x, t)$ は式(1)で与えられるので、 $y(x, t)$ の二乗平均値は不規則振動論を用いて次式で与えられる。

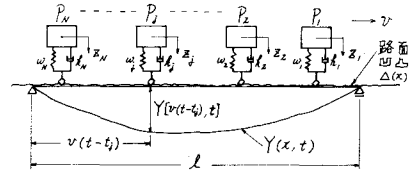


図-1 連行車両-橋梁系の解析モデル

$$E[y^2(x,t)] = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \phi_n(x) \phi_m(x) E[y_n(t) y_m(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \phi_n(x) \phi_m(x) \int_{-\infty}^{\infty} H_{y_n}(\omega) H_{y_m}^*(\omega) S_{\Delta}(\omega) d\omega \quad (5)$$

ここに、*印は共役複素数を表わし、 $S_{\Delta}(\omega) = 2\pi v \Delta / (\omega^2 + v^2)$ で路面凹凸のパワースペクトル密度関数である。また、 $y(x,t)$ の r.m.s. 値 $O_y(x)$ は式(5)の平方根より求められる。

つぎに、衝撃係数は橋梁のある注目点 x における静的たわみが最大となる連行自動車荷重の載荷状態を求め、その状態を固定し上述の方法より $O_y(x)$ を計算し次式で評価する。

$$i = \frac{ZO_y(x)}{y_{st,max}(x)} \quad (6)$$

ただし、 $y_{st,max}(x)$ は橋梁の注目点 x における静的最大たわみである。

3. 数値解析例

表-1に示すような諸元をもつランゲル橋を対象とし、式(6)より衝撃係数を計算する。連行自動車荷重としては図-2に示すような L=20 荷重相当の数値解析モデルを用い、各車両の固有振動数 f_n 、減衰定数 δ_n 、走行速度 v はすべて等しいものとする。パラメータとしては連行車両中の 20 トン車両の位置、固有振動数 f_n 、走行速度 v などを変え、減衰定数は $\delta_n = 0.03$ とした。また、路面凹凸のパワースペクトル密度 $S_{\Delta}(\omega)$ の ω は路面周波数を Ω (cycle/m) として $\omega = 2\pi v \Omega$ で表わされ、数値解析に用いる Ω の範囲は $0 \leq \Omega \leq 1$ とし、 $v = 10$ m/sec とした。

表-2は K-橋を対象とし連行車両中の 20 トン車両の位置を変化させた場合の 1/4, 1/2, 3/4 点の静的最大たわみ、r.m.s. 値、衝撃係数をそれぞれ示している。ただし、() 内の数値は載荷台数を示す。これより静的最大たわみは 1/4 点で 20 トン車両が 2 台目の位置にある場合が最大となるが、動的成分も考慮したときの変位は 1/2 点で先頭車両が 20 トンの場合が最大となる。よって、以下の計算では注目点は 1/2 点とし、先頭車両が 20 トンの場合を用いるものとする。

図-3、4 は車両の固有振動数 f_n と走行速度 v を変化させた場合の 3 橋における衝撃係数の値を現行示方者による値とともに示したものである。これより、車両の固有振動数の影響はほとんどなく、いずれも現行示方者の値より小さくなる。また、走行速度 v の影響は支間が 60 m 級の K、G-橋では速度の増加に伴って衝撃係数も大きくなり、ある速度を越えると現行示方者の値より大きくなる。しかし、長大支間をもつ T-橋ではほとんど影響がなくなりいずれも現行示方者の値は過大評価意味である。

図-3、4 は車両の固有振動数 f_n と走行速度 v を変化させた場合の 3 橋における衝撃係数の値を現行示方者による値とともに示したものである。これより、車両の固有振動数の影響はほとんどなく、いずれも現行示方者の値より小さくなる。また、走行速度 v の影響は支間が 60 m 級の K、G-橋では速度の増加に伴って衝撃係数も大きくなり、ある速度を越えると現行示方者の値より大きくなる。しかし、長大支間をもつ T-橋ではほとんど影響がなくなりいずれも現行示方者の値は過大評価意味である。

[参考文献] 1) 内谷・孝坂：昭和 54 年度土木学会西部支部研究発表会議演集，PP.5~6，2) 山田・小堀：土木学会論文集，No.148，pp.40~50，1967.12，3) 中井・事口：土木学会論文報告集，No.244，pp.117~128，1975.12。

表-1. ランゲル橋の諸元

	K-橋	G-橋	T-橋
支間	57.2 m	62.0 m	139.2 m
ライズ	9.0 m	10.0 m	19.2 m
総重量	182.4 ton	226.6 ton	433.3 ton
補剛桁の曲げ剛性	$3.53 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{cm}^2$	$5.10 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{cm}^2$	$13.09 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{cm}^2$
アーク断面積	233.7 cm ²	275.0 cm ²	345.4 cm ²
固有振動数			
対称 1 次 ($n=1$)	2.91 Hz	2.88 Hz	1.17 Hz
対称 1 次 ($n=2$)	2.31 Hz	2.25 Hz	0.66 Hz
対称 2 次 ($n=3$)	5.39 Hz	5.24 Hz	1.64 Hz
対称 2 次 ($n=4$)	9.26 Hz	8.98 Hz	2.63 Hz
減衰定数	0.01	0.01	0.01

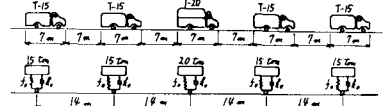


図-2 連行自動車荷重の数値解析モデル

注目点	20 トン車両の位置	20 トン車両の位置			$i = \frac{ZO_y(1/2)}{y_{st,max}(1/2)}$
		1 5 15 15 20	15 15 20 15 15	15 15 20 15 15	
K 橋	$y_{st}(1/4)$	2.368 cm (2)	2.397 cm (2)	2.021 cm (2)	0.187
	$O_y(1/4)$	0.186 cm	0.170 cm	0.175 cm	
	i	0.157	0.142	0.173	
G 橋	$y_{st}(1/2)$	1.929 cm (3)	1.967 cm (3)	1.958 cm (5)	0.572
	$O_y(1/2)$	0.280 cm	0.297 cm	0.297 cm	
	i	0.307	0.291	0.274	
T 橋	$y_{st}(3/4)$	1.466 cm (4)	1.541 cm (4)	1.143 cm (4)	0.276
	$O_y(3/4)$	0.195 cm	0.199 cm	0.169 cm	
	i	0.253	0.258	0.276	

表-2. 20 トン車両位置の違いによる各注目点の応答

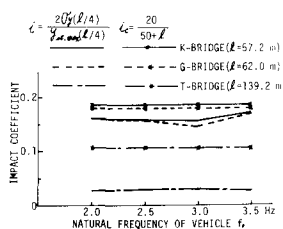


図-3. 車両固有振動数による衝撃係数の変化 ($v=10$ m/sec, $\delta_n=0.03$)

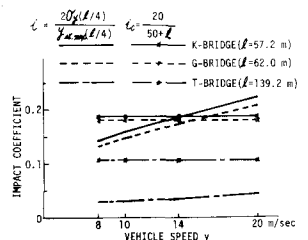


図-4. 車両速度による衝撃係数の変化 ($f_n=3.0$ Hz, $\delta_n=0.03$)