

長崎大学工学部 正員 岡林 隆敏

大豊建設(株) 正員 中山 孝

東急建設(株) 正員 福吉 真一

1. はじめに 走行車両による道路橋の動的応答は、様々な不確定要因、路面凹凸、車輪の変動、車間距離等のために、確率的な現象として把握され、解析されている。走行車両を単一車両と考える場合でも、橋梁上を走行する車両は種々の形式のものと考えられるので、橋梁の動的応答と評価するためには、これらの車両による平均値を用いることが必要であろう。このような解析には、これらでシミュレーションの手法⁽¹⁾が用いられている。本研究では、車輪の変動は、1自由度系でモデル化し、車両の質量とばね定数を確率変数とすることにより、代表させている。また、この確率変数として、正規分布と対数正規分布を考えた。路面凹凸を白色雑音過程を入力とする系でモデル化すると、橋梁-車両-路面系の共分散応答は、共分散方程式に支配される。本報告は、共分散方程式に、階層法⁽²⁾(Hierarchy method)を適用し、4次、5次のキムラントと打ち切る近似操作を導入することにより、共分散応答の車両による平均値を解析的に得るための解法について述べたものである。

2. 橋梁-車両系の運動方程式と路面凹凸 図-1のようにモデル化された車両が、一定速度 v で走行する場合、橋梁の z 点における時刻 t の応答は、 $y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) g_n(t) \dots (1)$ で与えられる。ここに、 $\phi_n(x)$ は基準関数、 $g_n(t)$ は基準座標である。橋梁-車両系の運動方程式は、次のようになる。

$$\ddot{g}_n(t) + 2h_n \omega_n \dot{g}_n(t) + \omega_n^2 g_n(t) = \phi_n(x) p(t) / M_n^* \dots (2)$$

$$W_1 \ddot{z}(t) + C(\dot{z}(t) + \dot{y}_0(t) + \dot{r}(t)) + k(z(t) + y(t) + r(t)) = 0 \dots (3)$$

$$p(t) = -W_1 \ddot{z}(t) \dots (4)$$

ここに、 $z(t)$: 車両垂直変位、 $g_n(t)$: 車両直下の橋梁 n の応答、 $r(t)$: 路面凹凸関数、 h_n , ω_n , M_n^* は、それぞれ n 次の減衰定数、 n 次の固有振動数、 n 次の換算質量($M_n^* = \int_0^L \phi_n^2(x) dx$)、 W_1 , C , k は、車両のばね上質量、減衰係数、ばね定数である。

次に路面凹凸であるが、これと、 $S_R(\omega) = S_0 / (\omega^2 \alpha^2)$, $S_0 = VA / (2\pi)^2$, $\beta = 2\pi\alpha$, $\alpha = 0.05$, のパワースペクトルを有する定常雑音過程でモデル化する。この確率過程は、確率微分方程式、

$$\dot{r}(t) + \beta r(t) = W(t) \dots (5)$$

の定常解過程として得られる。 $W(t)$ は白色雑音過程である。

ここで、橋梁を1自由度系と考える場合、橋梁-車両-路面系を、状態空間 $X(t) = \{z, \dot{z}, z, \dot{z}, r\}^T$ で定義する。このとき、橋梁-車両-路面系の動的挙動は、次式の確率微分方程式で表現できる。 $\dot{X}(t) = A X(t) + B(t) \cdot W(t) \dots (6)$ ここに、 $W(t)$ は白色雑音過程ベクトルである。

3. 階層方程式の構成 $X(t)$ の共分散 $E[X(t) - E[X(t)]]X(t) - E[X(t)]^T$ を $R_X(t)$ で表すと、この共分散の時間的変化は、(6)式より誘導される共分散方程式で示される。 $\dot{R}_X(t) = A X(t) R_X(t) + R_X(t) A^T + Q_X(t) \dots (7)$ ただし、 $Q_X(t) = B(t) E[W(t) W(t)^T] B(t)^T$ である。(7)式のマトリックス微分方程式は、ベクトル形式の微分方程式に変換される。 $\dot{H}(t) = G(t) H(t) + F(t) \dots (8)$

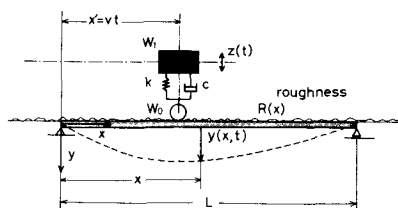


図-1 橋梁-車両系のモデル

表-1 道路橋の諸元

スパン長 L (m)	総重量 N_k (10^3 kg)	曲げ剛性EI (10^6 kg·cm)	固有振動数 f_g (Hz)
20	4.84	6.21	6.23
30	7.76	12.42	3.79
40	10.68	24.41	2.94
50	13.00	48.20	2.45
60	15.52	65.78	2.11
70	19.44	80.15	1.70

表-2 車両の諸元

車両平均重量	N_k	20.0	(ton)
車両平均バネ定数	k	7.251×10	(kg/cm)
粘性減衰定数	c	23.08	(t/cm/sec)
車両固有振動数	f_g	3.0	(Hz)
車両減衰係数	h_g	0.03	
走行速度	V	10.0	(m/s)
重量、バネ定数の変動係数	c.v.	0, 0.1, 0.2, 0.3	

車両のばね定数 k および質量 m を確率変数とすることにより、表-3 各種の統計量
車輪の変動をモデル化する。

$R = \mu_k S_k$, $Y_m = S_m / \mu_m$ ----- (9)
 $\mu_k, \mu_m: k, m$ の平均値, S_k, S_m : 平均値1の確率変数

これを用いて、(8)式の係数行列を展開すると、次のようになる。
 $G(t) = G_0(t) + S_m G_1(t) + S_k G_2(t) + S_m S_k G_{12}(t) \dots$ (10)

(9), (10)より、4次、5次のキュムラントを0とすることにより、次のような階層方程式が得られる。読者の詳細については文献(4)を参照されたい。

$$\begin{bmatrix} \langle H_1(t) \rangle \\ \langle S_m H_1(t) \rangle \\ \langle S_k H_1(t) \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{00}(t) & A_{01}(t) & A_{02}(t) \\ A_{10}(t) & A_{11}(t) & A_{12}(t) \\ A_{20}(t) & A_{21}(t) & A_{22}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle H_1(t) \rangle \\ \langle S_m H_1(t) \rangle \\ \langle S_k H_1(t) \rangle \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1(t) \\ G_2(t) \\ G_3(t) \end{bmatrix}$$

----- (11) ここに、 $\langle \rangle$ は確率変数 S_m, S_k に関する平均操作を表す記号である。上式の係数行列は、 S_m, S_k の高次モーメントを用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} A_{00}(t) &= G_0(t) + (\langle S_m S_k \rangle - 2 \langle S_m \rangle \langle S_k \rangle) G_3(t) \\ A_{01}(t) &= G_1(t) + \langle S_k \rangle G_3(t) \\ A_{02}(t) &= G_2(t) + \langle S_m \rangle G_3(t) \\ A_{10}(t) &= (\langle S_m^2 \rangle - 2 \langle S_m \rangle^2) G_1(t) + (\langle S_m S_k \rangle - 2 \langle S_m \rangle \langle S_k \rangle) G_2(t) \\ &\quad + (\langle S_m^2 S_k \rangle - 2 \langle S_m S_k \rangle \langle S_m \rangle - \langle S_m^2 \rangle \langle S_k \rangle) G_3(t) \\ A_{11}(t) &= G_1(t) + 2 \langle S_m \rangle G_1(t) + \langle S_k \rangle G_2(t) + 2 \langle S_m S_k \rangle G_3(t) \\ A_{12}(t) &= \langle S_m \rangle G_2(t) + \langle S_m^2 \rangle G_3(t) \\ A_{20}(t) &= (\langle S_m S_k \rangle - 2 \langle S_m \rangle \langle S_k \rangle) G_1(t) + (\langle S_k^2 \rangle - 2 \langle S_k \rangle^2) G_2(t) \\ &\quad + (\langle S_m S_k^2 \rangle - 2 \langle S_m S_k \rangle \langle S_k \rangle - \langle S_k^2 \rangle \langle S_m \rangle) G_3(t) \\ A_{21}(t) &= \langle S_k \rangle G_1(t) + \langle S_k^2 \rangle G_3(t) \\ A_{22}(t) &= G_2(t) + \langle S_m \rangle G_1(t) + 2 \langle S_m S_k \rangle G_3(t) \end{aligned}$$

m, k の統計量は、それぞれの確率変数の、正規分布および対数正規分布の場合について、表-3に示してある。

4. 数値計算と考察 数値計算に用いた、橋梁と車両の諸元を表1~2に示した。図2, 3は、 m, k の変動係数をそれぞれ0.25, さらに m と k の相関係数0として、スパン中点のr.m.s.たわみ応答の平均値を図示したものである。図2のスパン40mの場合、すなわち車両の固有振動数と橋梁の固有振動数が接近する近傍では、変動係数の増加に伴って、r.m.s.応答の平均値に減少する傾向が見られる。図3のスパン50mの場合では、変動係数の増加に伴って、応答の平均値はわずかに増加している。図4は、定常応答解析による結果と、非定常r.m.s.応答による最大r.m.s.応答と、各スパン長に対して図示している。これより、定常応答解析による結果は、最大r.m.s.応答値と推定する近似解法と考へることはできる。[参考文献] (1)小堀、三上、三経明連続桁橋の動的応答解析、昭和54年全国大会、(2)国林、単一行車両に3道路の二乗平均応答、土木学会論文集286号、(3)J.M. Richardson, Proc. Symp. Appl. Math, 1964, (4)国林、昭和54年第34回全国大会

(2) 正規分布の場合

$\langle S_m \rangle$	$1 + 2\mu_m^2 + 3\mu_m^4$
$\langle S_k \rangle$	1
$\langle S_m^2 \rangle$	$1 + 3\mu_m^2 + 15\mu_m^4$
$\langle S_k^2 \rangle$	$1 + \mu_k^2$
$\langle S_m S_k \rangle$	$1 + \mu_m^2 + 3\mu_m^4 - 2\mu_m \mu_k \rho_{mk} (1 + 3\mu_m^2)$
$\langle S_m^3 \rangle$	$1 + 6\mu_m^2 + 45\mu_m^4$
$\langle S_m^2 S_k \rangle$	$1 + 3\mu_m^2 + 15\mu_m^4 - 2\mu_m \mu_k \rho_{mk} (1 + 6\mu_m^2)$
$\langle S_m^3 S_k \rangle$	$1 + \mu_m^2 + \mu_k^2 + 3\mu_m^2 \mu_k^2 - 2\mu_m \mu_k \rho_{mk} (1 - \mu_m \mu_k + 3\mu_m^2)$

(b) 対数正規分布の場合

$$\langle S_m^2 S_k \rangle = \exp \left(\frac{1}{2} (2 + \mu_m^2 + \mu_k^2 + \mu_m^2 \mu_k^2 - 2\mu_m \mu_k \rho_{mk}) \right)$$

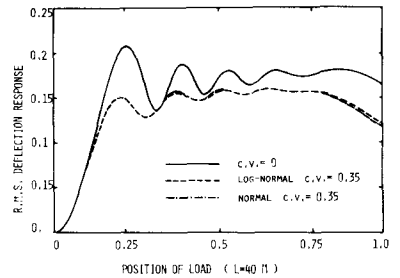
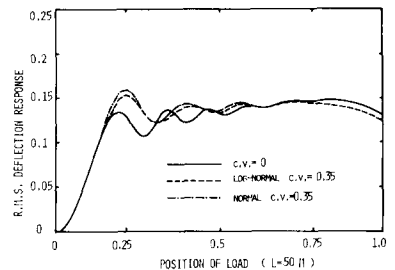


図-2 非定常r.m.s.応答 L=40 (m)



非定常r.m.s.応答 L=50 (m)

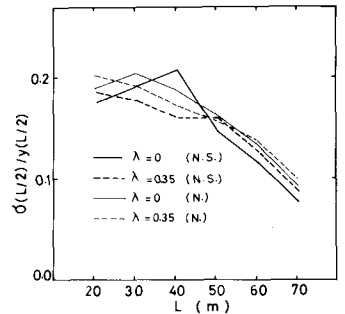


図-4 最大、定常r.m.s.応答