

北海道大学 学生員 月田 良 博

北海道大学 正 員 能町 純 雄

北海道大学 正 員 角田 与史雄

1. まえがき

梁に自動車荷重が作用する場合、荷重による慣性力やパネ力など諸々の要素を考慮した解析については多くの研究があるが、その多くは梁と車両の連成振動の微分方程式を Runge-Kutta-Gill 法等で解析している。本研究は、その微分方程式を Laplace 変換等を用いて積分方程式を導きこれを解くことによって梁の振動を解析し、パネの初期変位の梁への影響を考察するものである。

2. 解析方法

簡単なモデルとして梁は粘性を無視した単純桁を車両は (図-1) のような1自由度系の Sprung-mass にモデル化する場合を考える。時刻 t に梁へ作用する荷重を $P(t)$ とすると梁の動たわみ $y(t, t)$ は次式で与えられる。

$$y(t, t) = \frac{2}{M_s} \frac{1}{n_s} \int_0^t P(\tau) \cdot \sin w_s \tau \cdot \sin n_s(t-\tau) d\tau \cdot \sin w_s t \quad \text{--- (1)}$$

ここで $P(t)$ は

$$P(t) = W_0 + W_1 - M_1 \ddot{y}(t, t) + K Y + C \dot{Y} \quad \text{--- (2)}$$

$$Y = y_0 - y, \quad M_1 = W_1 / g$$

車体 W_0 の振動方程式は次式、

$$M_0 \ddot{Y} + K Y + C \dot{Y} = -M_0 \ddot{y}(t, t) \quad \text{--- (3)}$$

(3) を $Y, \dot{Y}$ について解き (2), (1) へ代入することにより次のような $y(t, t)$ に式が求まる。

$$y(t, t) = (W_0 + W_1) \bar{y} + \frac{2M_1}{M_s} \frac{1}{n_s} \int_0^t \dot{y}(\tau, \tau) F_2(t, \tau) d\tau$$

$$+ K \frac{2}{M_s} \frac{1}{n_s} \int_0^t \dot{y}(\tau, \tau) F_2(t, \tau) d\tau + C \frac{2}{M_s} \frac{1}{n_s} \int_0^t \dot{y}(\tau, \tau) F_3(t, \tau) d\tau$$

$$+ K \frac{2}{M_s} \frac{1}{n_s} Y_0 F_4(t) + C \frac{2}{M_s} \frac{1}{n_s} Y_0 F_5(t) \quad \text{--- (4)}$$

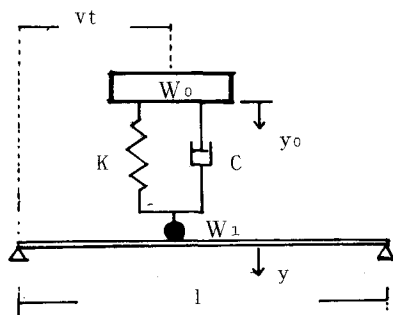
$\bar{y}$: 単位集中荷重が走行する時の梁のたわみ, Y_0 : パネの初期変位

この両辺を t で微分することにより次のような積分方程式の形にまとめることができる。

$$\dot{y}(t, t) = f(t) + \lambda \int_0^t \dot{y}(\tau, \tau) \cdot F(t, \tau) d\tau \quad \text{--- (5)}$$

$f(t)$: $\bar{y}, Y_0$ に関する式から得られる関数をまとめたもの

$F(t, \tau)$: F_1, F_2, F_3 に関する一階微分の式をまとめたもの



(図-1)

(5) 式はVolterraの第2種積分方程式であるから $|\lambda| < \infty$ なるいかなる値についても解は一意に求める事ができる。

(5) 式を $\dot{y}(t, t)$ について解き (4) 式に代入する事により $y(t, t)$ を求める事ができる。

3. 計算例および考察

本解析は 2. に示したように (5) 式の $\dot{y}(t, t)$ の積分方程式を解くにあたり まず $f(t)$ を微分して $\dot{y}(t, t) 1$ とし これを (5) 式の積分内 $\dot{y}(t, t)$ に代入し積分を実行しこれを $\dot{y}(t, t) 2$ として同様の事を繰返し $\dot{y}(t, t) n$ を順次求め $\dot{y}(t, t) = \dot{y}(t, t) 1 + \dot{y}(t, t) 2 + \dots + \dot{y}(t, t) n + \dots$ なる逐次近次法を用いて解を求めた。これは絶対かつ一様に収束する。

計算に当ってはスパン長 40 m, 曲げ剛性 $24.41 \times 10^{12} \text{ Kg cm}^2$, 梁の重量 106.8 ton, (固有振動数 $f_s = 2.94$) の梁を用い、車両の諸元はバネ上荷重 12.0 ton, バネ下荷重 1.0 ton, バネ係数 $3.75 \times 10^2 \text{ ton/m}$ (固有振動数 $f_0 = 2.79$), 減衰係数 $h_0 = 0.033$ を用い 振動次数は 10 次まで求めた。

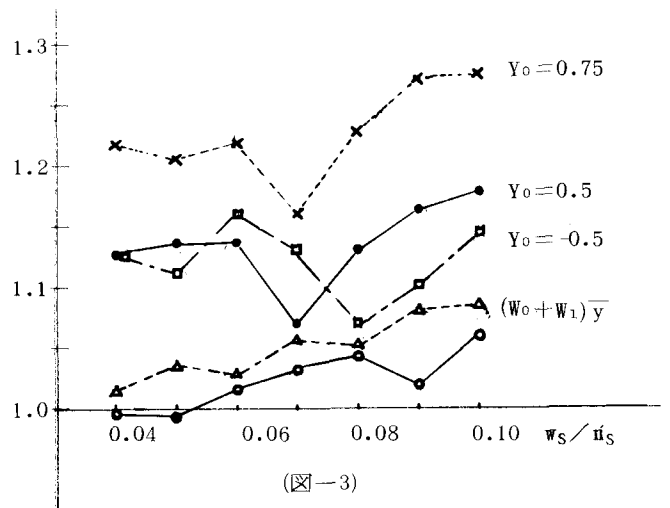
(図-2) はバネの初期変位が 0.5 cm の時と 0.0 の時のスパン中央の振動形を示したものであり (図-3) は横軸に走行速度を無次元化した w_s/n_s を示し 縦軸にはスパン中央の最大動たわみと静的たわみの比をとって示した。また横軸を実際速度に直すと 34 ~ 85 km/hr ぐらいである。

(図-2) を見るとバネの初期変位の影響が顕著に現れている。バネは初期変位が無くても車両の走行により梁との連成振動を行うがバネに初期変位を与える事によりバネの振動が激しくなりこの振動による梁への荷重作用によって梁がさらに激しく振動する為である。このようにバネの初期変位の梁への影響は重要であり、(図-3) のようにまとめて図示すると最大たわみの増加率が分る。(図-3) によると初期変位が大きくなると動たわみはほぼ平行移動的に大きくなる。特に初期変位が 0.75 cm のたわみは静的たわみの二割以上大きくなっている。初期変位がない時には動たわみが集中荷重走行のそれより小さくなっている。これはバネの振動が 集中荷重走行の時の梁の振動を打消すように梁に作用するからである。また w_s/n_s が 0.07 ~ 0.08 辺りでたわみが小さくなっているのは梁の中央付近でバネが伸びて梁に働く荷重が小さくなり動たわみを減少させる為である。(4) 式においてはバネの初期たわみ Y の他に $\dot{Y}_0$ の式も現われるが バネに初期変位を与える段差は梁に進入する直前にあると考え バネが伸びきった又は縮みきった状態から梁上を走行すると考え それを省いた。

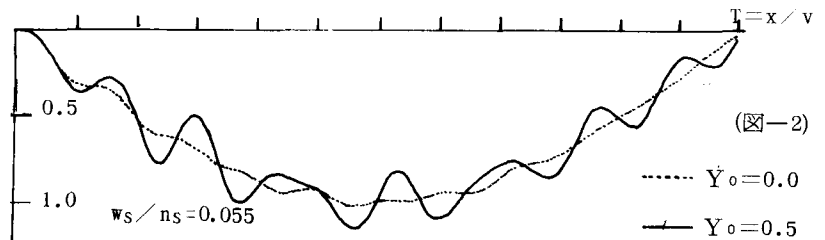
4. あとがき

橋梁の管理の面から橋への進入点に段差ができざるを得ないので ほとんどの場合バネに初期変位が与えられるので梁に対するその影響を十分に考慮しなければならない。

本解析法は多自由度系に対しても用いることができ また車両のそれぞれの諸元の梁のたわみへの影響を観ることができる。



(図-3)



(図-2)