

関西大学工学部 正会員 堂垣 正博

関西大学工学部 正会員 三上 市蔵

関西大学工学部 正会員 米沢 博

1. まえがき 横荷重を受ける長方形鋼床版の曲げ耐力に関する研究は多少見受けられるが、扇形鋼床版を対象とした研究はほとんどほされてはいないようである。先に、著者らは等分布横荷重が作用し、円周方向に補剛材を有する扇形鋼床版を対象に、扇形鋼床版をそれと等価な極異方性扇形板に置換し、微小変形理論に基づく基礎微分方程式に差分法を適用して弾塑性解析を行った¹⁾。荷重の増加に伴う板厚方向の塑性域の進展を考慮し、逐次極異方性扇形板の曲げ剛さを修正する方法により解析を続行した。この曲げ剛さは格点でそれぞれ異なり、弾塑性状態ではこの極異方性扇形板は変剛板となり、変剛板の基礎微分方程式を用いる方がより厳密であるが、簡単化のため各格点ではその点の板曲げ剛さをを用いて等剛板の微分方程式により解析を行った。しかしながら、集中荷重が作用する場合には、この方法では不適当である。したがって、ここでは先の研究を発展させ、変剛板の微分方程式を用いて扇形鋼床版の弾塑性解析を行い、扇形板と長方形板の曲げ耐力の相違、種々ばらメータ（縦横比、補剛材の形状）が扇形板の弾塑性挙動に及ぼす影響などについて明らかにする。

2. 解析上の仮定 1) 平面保持が成り立つものとする。 2) 材料は完全弾塑性体とする。 3) 微小変形理論が成立するものとする。 4) 降伏判定は半径方向および円周方向の応力 ($\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$) によりそれぞれの方向ごとに個々に行う。

3. 基礎微分方程式と境界条件 図-1に示すような極異方性扇形板に等分布あるいは集中横荷重が作用する場合を考える。極異方性扇形板の曲げモーメント (M_r, M_θ) およびねじりモーメント ($M_{r\theta}$) を増分形式で表わすと、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_r &= -D_r' \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial r^2} - D_\theta' \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial \theta^2} \right) \\ \Delta M_\theta &= -D_\theta' \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial r^2} - D_r' \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial \theta^2} \right) \\ \Delta M_{r\theta} &= -2D_{r\theta}' \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Delta w}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここに、 Δw は荷重増分量 Δq に対するたわみ増分量である。 D_r', D_θ' は弾塑性状態での半径方向および円周方向の板の曲げ剛さ、 $D_{r\theta}'$ は弾塑性状態でのねじり剛さである。 D_θ' は図-2の主板（補剛材1本当りの幅 b_r 、厚さ h ）と補剛材（高さ c_s 、厚さ t_s ）からなるT断面を対象に板厚方向の塑性深さ（斜線部）を取り除いた弾性部分のみの断面で算出し、 $D_r', D_{r\theta}'$ は図-3に示されるように主板の塑性深さ（斜線部）を取り除いた弾性部分のみの断面を用いて計算する。また、 $\nu = \nu_r = \nu_\theta$ とし、 ν はポアソン比である。

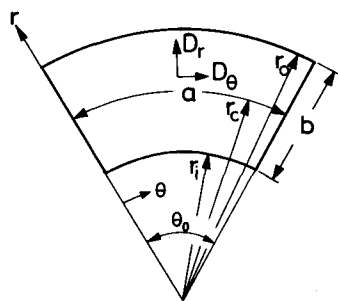


図-1

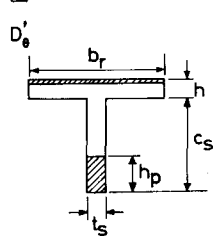


図-2

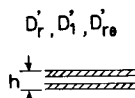


図-3

鉛直方向のつり合い条件式からたわみ曲面の微分方程式は式(1)を用いると、次のようになる。

$$-\frac{2}{r} \frac{\partial \Delta M_r}{\partial r} - \frac{\partial^2 \Delta M_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta M_{r\theta}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Delta M_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Delta M_{r\theta}}{\partial \theta} - \frac{2}{r} \frac{\partial^2 \Delta M_{r\theta}}{\partial r \partial \theta} = \Delta q \dots (2)$$

境界条件としては、周辺単純支持および周辺固定を考える。

4. 数値計算 基礎微分方程式(2)と境界条件式に差分法を適用して計算する。式(2)に差分法を適用する場合、式(2)に式(1)を代入したのみに関する4階の微分方程式に置き換えて後、差分表示する方法(whole station method)^{2),3)}と、式(2)を差分表示した後、その式に式(1)を代入し再びのみに関して差分表示する方法(half station method)^{2),3)}とが考えられる。ここでは、後者の方法を採用する。

弾塑性解析は増分手法により次の手順に従って行う。(図-4参照) ①通常の弾性解析から弾性限界荷重 q_e (板内の一点が降伏に達する荷重)を決定する。②適当な荷重増分量 Δq を与え、弾性時の板曲げ剛さ D_r, D_l, D_{rr}, D_{ll} を用いて Δw^1 を求める。 Δw^1 を用いて式(1)から $\Delta M_r^1, \Delta M_\theta^1, \Delta M_{r\theta}^1$ を求め、このモーメントを①で計算されたモーメントに加え、各格点の塑性深さを決定し、板曲げ剛さの修正を行う。③修正された板曲げ剛さを用いて、②と同様の計算を行う。④以下同様の手順を繰返し行って終局荷重を求める。

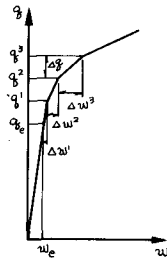


図-4

5. 計算結果とその考察 周辺単純支持され、等分布横荷重が作用する場合の数値計算結果の一例を図-5, 6に示す。扇形板固有のパラメータである曲率半径比 r_i/r_o が曲げ耐力に及ぼす影響を調べるために、曲率半径比の違いによる板中央点の荷重-たわみ曲線を図-5に示す。図より明らかのように、扇形板($r_i/r_o = 0.75, 0.5$)の終局荷重は正方形板($a/b = 1, r_i/r_o = 0.999$)の終局荷重より低下し、曲率半径比が小さくなるほどその差が大きくなる。また、弾性限界荷重 q_e も r_i/r_o が小さいほど低下している。なお、図中には参考までに降伏線理論により求められる長方形剛板の終局荷重($q_b^2/M_p = 178$)を一点鎖線で示す。

図-5で用いたパラメータに対する板中央断面($\theta = \frac{\theta_0}{2}$)における塑性深さの分布を4つの荷重段階に対して図-6に示す。曲率半径比が小さくなると、塑性の進展は外側曲線側から進み、同荷重段階での塑性深さは r_i/r_o が小さいほど大きく、 r_i/r_o の相違によりかなり異なった分布を呈する。

なお、集中荷重が作用する場合、周辺固定の場合など他の結果については講演会当日発表する。

1) 米沢三郎・堀尾：扇形鋼板の曲げ耐力，B6和洋建築部会第47回学術講演要旨，1980-6。

2) Cyrus, N.J. and Fulton, R.E.: Finite difference accuracy in structural analysis, Proc. ASCE, Vol. 92, No. ST6, Dec., 1966, pp. 459-471. 3) 成國：構造力学要論，丸善，1974。

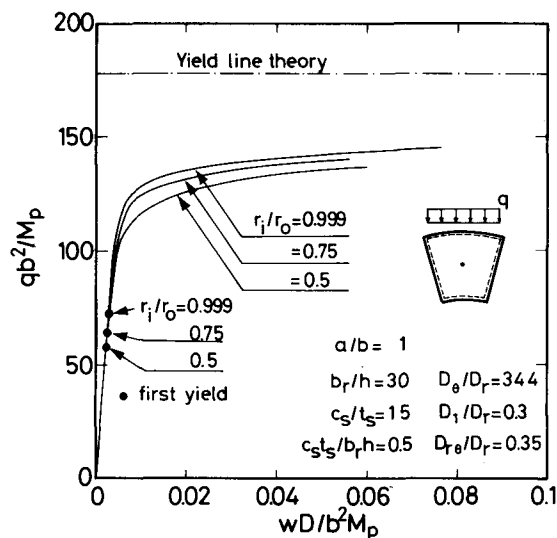


図-5 曲率半径比の違いによる板中央点の荷重-たわみ曲線

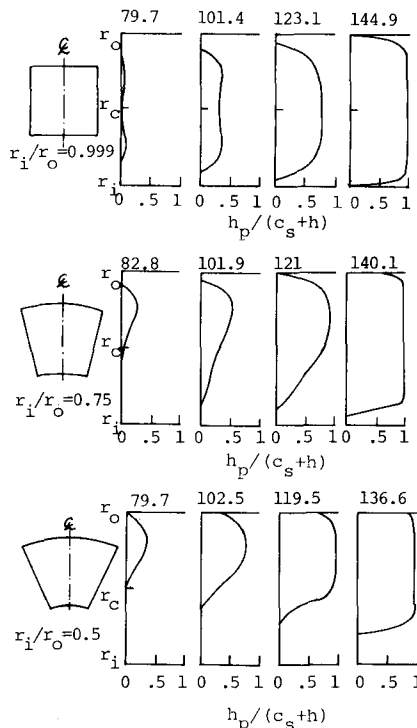


図-6 板中央断面における塑性深さ分布