

(株) 神戸製鋼所 正員 ○ 滝本哲四郎
 (株) 神戸製鋼所 正員 三村 裕一
 (株) 神戸製鋼所 正員 森脇 良一

1. まえがき 一般にクリップリングと呼ばれている局所荷重による板の座屈に関する解析は、板内の応力の複雑さから厳密には解き難い問題であるが、有限要素法を使ってメッシュを細かくすることにより、このような現実の複雑な応力分布を考慮した解析がRockeyらによってなされている。一方、これに対し、なるべく実際に似た応力分布および座屈波形を仮定し、Ritz法もしくはGalerkin法を使った解析がKhanらによって試みられている。さて、このような従来の解析に於ての若干の問題点は、有限要素法による方法では数値的な解がえられるため座屈係数を各種のパラメータの関数としては得難く、設計に際し使い

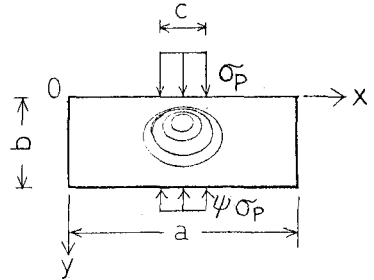


図1 局所荷重と座標

にくいこと、Khanらの方法は座屈係数が各種のパラメータの関数としてえられており、有限要素法による数値解よりは有用性が認められるものの、関数が複雑なことから、周辺単純支持条件下での解析となり通常の桁の座屈実験における値に比較し低い値を与えることなどである。また、局所荷重に釣合うためのせん断力およびこのせん断力による曲げモーメントを考慮しているが、曲げモーメントによる軸応力を板のみの曲げ剛性から算出しているため(Khanらの解析は板のみの座屈を取扱ったものであるからこれは当然のことであるが)かえって桁の腹板(作用曲げモーメントは桁全体の曲げ剛性でうける)の設計には利用しにくいものとなっている。そこで本解析では、力学的な不釣合は承知の上で、図1のような局所荷重による座屈に関し、Galerkin法を使って解析を行ない、ついで複合応力下での腹板座屈の考え方を示し、従来の有限要素法による解析値との比較の結果を報告するものである。

2. 解析手法 本解析ではGalerkin法を用いている。解析結果が簡単な関数になることを狙って、図1のような荷重に対しての応力および座屈波形を次のように仮定した。

(a) 応力: y方向の軸応力 σ_y を次のように仮定

$$\frac{a-c}{2} \leq x \leq \frac{a+c}{2} \text{ の領域 } \sigma_y = \sigma_p \left\{ 1 - \frac{x}{b} (1 - \psi) \right\}$$

上記外の領域 $\sigma_y = 0$

(b) 座屈波形: 面外変位 w を次のように仮定

(i) 周辺単純支持(以下S.Sと略)の場合

$$w = \sin \frac{\pi x}{a} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n \pi y}{b}$$

(ii) 上下辺固定・左右辺単純支持(以下F.Sと略)の場合

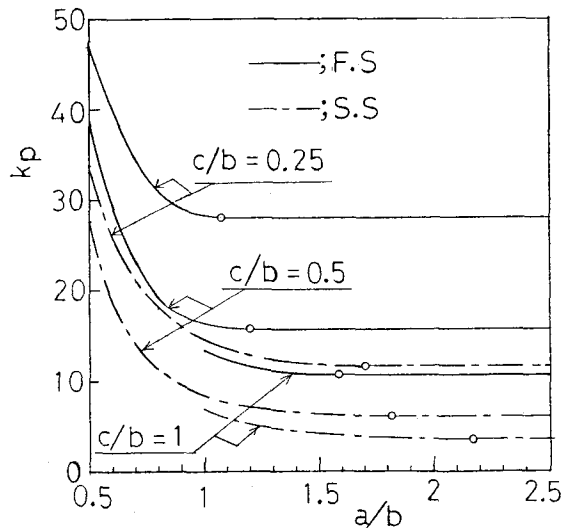
$$w = \sin \frac{\pi x}{a} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left(\cos \frac{n-1}{b} \pi y - \cos \frac{n+1}{b} \pi y \right)$$

いっぽう、板の面外に微小変形したときの面外方向の力の釣合方程式は次式で与えられる。

$$f(x, y) = D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) - t \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

---(1),ここにDは板の面外曲げ剛性, tは板厚。

Galerkin法を使って、式(1)の左辺関数 $f(x, y)$ の値

図2 座屈係数 k_p とアスペクト比 a/b との関係

を、板の全領域で平均的に零とする条件は、次式で与えられる。

$$\int_0^a \int_0^b f(x,y) \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} dx dy = 0, (r=1,2) : S.S$$

$$\int_0^a \int_0^b f(x,y) \cdot \sin \frac{\pi x}{a} (\cos \frac{r-1}{b} \pi y - \cos \frac{r+1}{b} \pi y) dx dy = 0, (r=1,2) : F.S$$

上記の式に、仮定した σ_y, w を代入することによりえられた連立方程式の係数行列を零とする σ_p の最小固有値が座屈応力となる。

最終的に、 $\sigma_{pcr} = k_p \frac{E \pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$ で定義される座屈係数 k_p は以下のようになる。ここに ν はポアソン比、 E は縦弾性定数である。

$$k_p = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{A(1+\psi) \left(\frac{c}{a} + \frac{1}{\pi} \sin \frac{c}{a} \pi\right)} \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 $A = 4 - 0.52 \left(\frac{1-\psi}{1+\psi}\right)^2$, $B = 4 \left\{ \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1 \right\}^2 + \left\{ \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 4 \right\}^2$, $C = \left\{ \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1 \right\} \cdot \left\{ \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 4 \right\}^2$: S.S

$A = 40 - 0.09 \left(\frac{1-\psi}{1+\psi}\right)^2$, $B = 38 \left(\frac{b}{a}\right)^4 + 160 \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 488$, $C = \left\{ 3 \left(\frac{b}{a}\right)^4 + 8 \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 16 \right\} \cdot \left\{ 2 \left(\frac{b}{a}\right)^4 + 20 \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 82 \right\}$: F.S

である。解析結果の一例として k_p とアスペクト比 a/b の関係を図2に示す。図中の○印は、 k_p の極小値を示すもので、○印より右側（アスペクト比の大きい側）では k_p の値はこの極小値に等しい値とする。

3. 複合荷重下の座屈 図3に示すような通常の桁腹板がうける複合荷重下の座屈については、本解析では次式を満足するような σ_p, σ_b, τ が作用するとき座屈を起こすと考えた。

$$\left(\frac{\sigma_p}{\sigma_{pcr}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{bcr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 = 1 \quad \text{----- (3)}$$

ここに、 $\sigma_{pcr}, \sigma_{bcr}, \tau_{cr}$ はそれぞれ σ_p, σ_b, τ が単独で作用したときの座屈応力である。

さて、式(2)と式(3)を使ってえた解析結果を従来の解析値と比較したものの一例を図4と図5に示す。図4はRockeyらの解析値との比較、図5は文献2)によった。これらはいずれも周辺単純支持の場合であり、座屈係数は彼らの表示に合わせたものである。これらの図から、本解析結果が有限要素法による解析結果と広範囲な領域で良好に一致することが知られる。

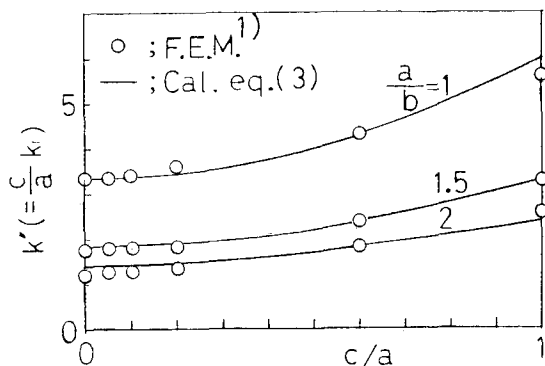


図4 従来の解析結果との比較(その1)

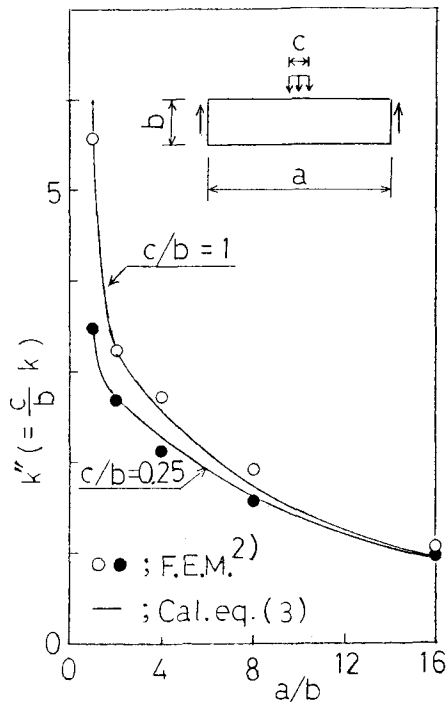


図5 従来の解析結果との比較(その2)

〈参考文献〉

- 1) K.C.Rockey, et al.; Buckling of Plate Girder Webs under Partial Edge Loadings, Int. mech. Sci., vol.12, 1972
- 2) M.Z.Khan, et al.; Buckling of Plates subjected to Localized Edge Loadings, The Structural Eng., vol.50, No.6, 1972
- 3) M.Z.Khan, et al.; Buckling of Plates with Partially Loaded Edges, A.S.C.E., vol.103, ST3, 1977