

川田工業(株)

正会員 ○ 前田 研一

大阪大学 工学部 正会員

前田 幸雄

長岡技術科学大学 正会員

林 正

1. まえがき

本文は、主ケーブルの二次応力を考慮した吊橋の大変形解析法を変位法により提案し、補剛桁架設途中での挙動に対する影響について、施工管理面から検討したものである。

この種の分野の代表的な研究として、西村・新家¹⁾らが Wyatt の理論²⁾を基に、散乱な内部適合条件と釣合い条件よりバンドのみで締付けられたケーブル独特の部材剛性マトリックスを誘導し、吊橋架設途中での大変形挙動の解析を行っている。しかしながら、主眼は主ケーブルの変形と応力のみ置いておけるために、水平方向変位を無視しており、施工管理面から補剛桁の変形特性などを検討することは困難であると思われる。また、特殊な未知数、閉合条件式を必要とするために、解析手法には汎用性が少なく、従来の慣用的モデルを用いた一般的な変位法による大変形解析法に適用することも困難であると思われる。変位法による大変形解析法に適用した研究としては、林・新家³⁾らが両端に剛体のバンドを有するソリッドなはり部材とみなして解析したものがあつたが、はり理論の適用および剛体の取扱い方法などには、精度および収束性などの点で問題があると思われる。

このような観点から、本研究では、Wyatt の理論を基に変位法によって、バンドのみで締付けられたケーブル独特の部材剛性行列および接線剛性行列を誘導、大変形解析法⁴⁾に適用し、従来の慣用的モデルを用いた吊橋の補剛桁架設途中での挙動の解析が可能にすることを目指す。そして、種々の数値計算例から、提案した計算式の精度、収束性を検証し、さらに、補剛桁架設途中での変形と応力、および、ハンガー取付け時における引込力などに対する主ケーブルの二次応力の影響を施工管理面から考察した。

2. 二次応力を考慮したケーブル部材の剛性行列

Wyatt の理論を基にすれば、図-1 の記号を用いて、

$$M(x) = -EI_n V''(x) + EI_c (\theta_n - \theta_0) / l_n = M_0 + Q_n x - T_n V(x) \quad (1)$$

(I_n : (n -1) 次、 I_c : 軸回りの慣性モーメント、 I_c : 断面回りの慣性モーメント、 l_n : 無次元長さ)

なる式で、ケーブル部材の二次曲げモーメント $M(x)$ は表わされる。下線を施した項は付加的なモーメントとして別に取扱うこととし、(1)式を2階微分し、解を求めれば、次式が与えられる。

$$V'''' - g_n^2 V'' = 0, \quad g_n = \sqrt{T/EI_n} \quad (2)$$

$$V = C_1 \sinh g_n x + C_2 \cosh g_n x + C_3 x + C_4 \quad (3)$$

変位法により、初期変形を考慮した曲げと軸力を受ける部材の剛性行列を誘導するために、ここでは、部材変形に有限要素法の手法を適用したが、(3)式の解を用いて、次のような変位関数を設定した。

$$U(x) = (l_n - x) / l_n \cdot U_0 + x / l_n \cdot U_1 \quad (4)$$

$$V(x) = \left\{ \frac{1}{2} (2 - \cosh g_n l_n + g_n l_n \sinh g_n l_n) \right\} \cdot \left\{ U_0 \cdot \left\{ (1 - \cosh g_n l_n) \cosh g_n x + (\sinh g_n l_n) \sinh g_n x + (-\sinh g_n l_n) g_n x + (1 - \cosh g_n l_n + g_n l_n \sinh g_n l_n) \right\} \right. \\ \left. + U_1 \cdot \left\{ (\cosh g_n l_n - g_n l_n \cosh g_n l_n) \cosh g_n x + (1 - \cosh g_n l_n + g_n l_n \sinh g_n l_n) \sinh g_n x + (1 - \cosh g_n l_n) g_n x + (-\sinh g_n l_n + g_n l_n \cosh g_n l_n) \right\} \right. \\ \left. + U_2 \cdot \left\{ (-1 + \cosh g_n l_n) \cosh g_n x + (-\sinh g_n l_n) \sinh g_n x + (\sinh g_n l_n) g_n x + (1 - \cosh g_n l_n) \right\} \right. \\ \left. + U_3 \cdot \left\{ (g_n l_n - \sinh g_n l_n) \cosh g_n x + (-1 + \cosh g_n l_n) \sinh g_n x + (1 - \cosh g_n l_n) g_n x + (-g_n l_n + \sinh g_n l_n) \right\} \right\} \quad (5)$$

ここに、変位関数 $V(x)$ として(5)式を用いたのは、 $g_n l_n \gg 1$ であることから、級数解が収束しないためである⁵⁾。しかし、変位関数の係数が複雑であることは問題ではなく、また、 $g_n l_n \gg 1$ なる条件を用いれば、誘導される剛性行列の各項は非常に簡略な近似式で表わされるはずである。

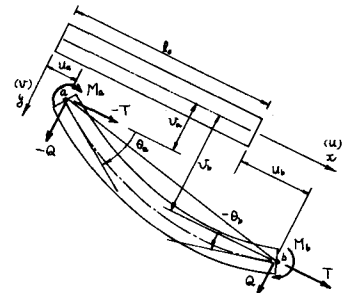


図-1 ケーブル部材の材端力と材端変位

有限変位理論による変位一変式に(4) (5)式を代入し、仮想仕事の原理を適用して、

$$U = \frac{1}{2} EA \int_0^L (u')^2 dx + \frac{1}{2} EI_x \int_0^L (v'')^2 dx + \frac{1}{2} EA \int_0^L (u'')^2 dx \quad (6)$$

なる歪エネルギー式から剛性行列係数(d)を求め、 $g_0 l_0 \gg 1$ の条件を用いて簡略化すれば、次式が与えられる。

$$f = \begin{pmatrix} -T \\ -Q \\ M_0 \\ T \\ Q \\ M_b \end{pmatrix} = k(d) \cdot d = \{k_0 + k_1(d)\} d = \left(\frac{EA}{l_0} \right) \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2L} (U_1 - U_2) & \frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & -1 & -\frac{1}{2L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & \frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} \\ \frac{1}{2L} (U_1 - U_2) & \frac{1}{24L} (U_1 - U_2) & \frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & -\frac{1}{2L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & -\frac{1}{2L} (U_1 - U_2) & \frac{1}{24L} (U_1 - U_2) \\ \frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & \frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & \frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & -\frac{1}{2L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & -\frac{1}{2L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & \frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} \\ -1 & -\frac{1}{2L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & -\frac{1}{2L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & 1 & \frac{1}{2L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & -\frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} \\ -\frac{1}{2L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & -\frac{1}{2L} (U_1 - U_2) & -\frac{1}{2L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & \frac{1}{2L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & -\frac{1}{2L} (U_1 - U_2) & -\frac{1}{24L} (U_1 - U_2) \\ \frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & \frac{1}{24L} (U_1 - U_2) & \frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & -\frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} & \frac{1}{24L} (U_1 - U_2) & \frac{1}{24L} \{ (U_1 - U_2) - (Q_1 + Q_2) l_0 \} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ \theta_0 \\ U_1 \\ V_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

ここに、(7)式の下線に施した項は、(1)式の付加的なモーメントに対応して付加したものである。

3. 吊橋の大変形解析法への適用と接線剛性行列

両端のバンドを剛体とすれば、図-2の記号を用いて、

$$f^* = k(d^*) \cdot d^* = b \{ k_0 + k_1(d) \} b^T d^* \quad (d = b^T d^*) \quad (8)$$

$$f^* = \begin{pmatrix} T_0^* \\ Q_0^* \\ M_0^* \\ T_1^* \\ Q_1^* \\ M_1^* \end{pmatrix} \quad d^* = \begin{pmatrix} U_0^* \\ V_0^* \\ \theta_0^* \\ U_1^* \\ V_1^* \\ \theta_1^* \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a \sin \theta_0^* & a \cos \theta_0^* & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \sin \theta_0^* & -b \cos \theta_0^* & 1 \end{pmatrix}$$

なる式の剛性行列係数(d)が誘導される。したがって、バンド部の伸縮変形の影響を考慮して、近似的に(7)式の EA/l_0 を $EA/(l_0 + ab)$ とすれば、従来の慣用的モデルを用いた吊橋の大変形解析法への適用が可能である。

そこで、収束性を考えて、次のような接線剛性行列を誘導した。

$$\Delta f^* = \Delta k(d^*) \cdot \Delta d^* = b \{ k_0 + 2k_1(d) \} b^T \Delta d^* + \Delta b \{ k_0 + k_1(d) \} b^T \Delta d^* \\ = [b \{ k_0 + 2k_1(d) \} b^T + \Delta b \cdot k_1] \cdot \Delta d^* \quad (9)$$

$$\Delta f^* = \begin{pmatrix} \Delta T_0^* \\ \Delta Q_0^* \\ \Delta M_0^* \\ \Delta T_1^* \\ \Delta Q_1^* \\ \Delta M_1^* \end{pmatrix} \quad \Delta d^* = \begin{pmatrix} \Delta U_0^* \\ \Delta V_0^* \\ \Delta \theta_0^* \\ \Delta U_1^* \\ \Delta V_1^* \\ \Delta \theta_1^* \end{pmatrix} \quad \Delta b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \cos \theta_0^* T_0 + a \sin \theta_0^* Q_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b \cos \theta_0^* T_0 + b \sin \theta_0^* Q_0 \end{pmatrix}$$

なお、(8)、(9)式において、二次応力に関する項は消去すれば、軸力部材の変形後の座標におけるものと一致することは容易に確かめられる。

4. 数値計算結果

本文では省略するが、種々の計算例から、提案した計算式の妥当性および合理性を確認できた。そこで、図-3の計算モデルを対象として吊橋の大変形解析を行ったが、同様に優れた収束性を示し、橋脚架設途中の各stepにおける計算結果を得ることができた。計算結果の一部を表-1、表-2に示しておく。

5. あとがき 本文に示した計算結果からは、主ケーブルの二次応力の影響が施工管理面からも無視できないものであると判断できた。なお、本研究にあたって、川田工業(株)・中崎俊三、広島大学工学部・藤井 堅の両氏には多大の御尽力をいただいた。また、計算には、UNIVAC-1106 [川田工業(株)電算センター]を使用した。

(参考文献)

- 1) 西村・新堂・中村：主橋架設途中における平行ケーブルの変形と二次応力解析、土木学会論文報告書、No. 260, 1977.
- 2) Myklebust, T.A.: Secondary Stresses in Parallel Wire Suspension Cables, Trans. ASCE, Vol. 128, 1963.
- 3) 林・保田・新堂：平行ケーブルの二次応力解析と評価について、第20回建築構造工学研究発表会、1973.
- 4) 前田・林・中村：増分法による平面骨組構造物の大変形解析の増分計算法、土木学会論文報告書、No. 223, 1974.
- 5) 佐藤・羽根・田中：増分剛性法による骨組構造物の大変形解析、土木学会論文報告書、No. 238, 1975.

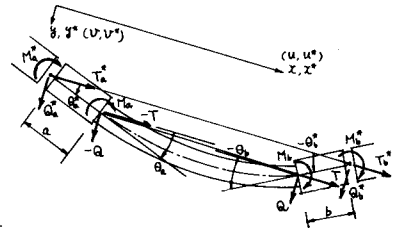


図-2 ケーブル部材とバンド

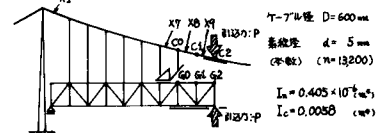
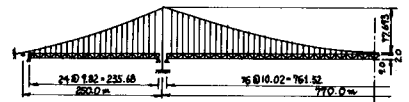


図-3 計算モデル(神戸開発院選定: Step 2)

表-1 変形形状基準と二次応力値と三次力による増分変位 (mm)

変形形状基準	二次応力値	三次力による増分変位					増分変位 (mm)
		P=0 (mm)	P=50 (mm)	P=100 (mm)	P=150 (mm)	P=200 (mm)	
一次応力解析	G0	3.321	-0.280	-0.286	-0.290	-0.294	-1.150
	G1	3.452	-0.317	-0.322	-0.327	-0.332	-1.298
	C1	2.805	-0.115	-0.122	-0.130	-0.136	-0.503
	G1	3.941	-0.369	-0.374	-0.380	-0.384	-1.507
	C2	2.306	0.051	0.041	0.032	0.023	0.147
	G2	4.430	-0.420	-0.427	-0.433	-0.438	-1.718
二次応力解析	C0	3.195	-0.264	-0.268	-0.273	-0.277	-1.082
	G0	3.328	-0.301	-0.306	-0.310	-0.315	-1.232
	C1	2.724	-0.112	-0.119	-0.126	-0.132	-0.489
	G1	3.798	-0.350	-0.355	-0.360	-0.365	-1.430
	C2	2.250	0.041	0.032	0.023	0.014	0.110
	G2	4.270	-0.399	-0.405	-0.411	-0.417	-1.632

表-2 二次曲げモーメント値と応力の計算式 (kg/cm^2)

変形形状基準	二次曲げモーメント値				応力 (kg/cm^2)
	X1	X7	X8	X9	
変形形状基準	0	-7.962	-3.100	6.944	3.713
変形形状基準	0	-3.788	-6.313	3.938	1.791
変形形状基準	0	-20.7	255	248	155