

断面変形を考慮した薄肉らせん箱桁橋に関する研究

三菱重工 正員 O 土生修二
早稲田大学 正員 平嶋政治
東京電機大 正員 井浦雅司

1. まえがき

薄肉断面を有する直線部材あるいは曲線部材の断面変形問題に関しては、既に多くの研究が発表されているがらせん部材に関する研究は、断面剛の仮定を用いた一次元棒理論に基づくものが多く³⁾、断面変形を考慮し、さらに中肉隔壁の効果を調べた研究は少ない。本報告の目的は、Right Helicoidal Shell (R.H. シェル) と Cylindrical Shell (円筒シェル) により構成されている薄肉らせん箱桁の断面変形問題を取り上げ、中肉隔壁の効果について調べることである。解析方法としては、通常用いられている方法と同様であり、箱桁本体に対しては有限要素法を、中肉隔壁に対しては有限要素法を用いている⁴⁾。

2. R.H. シェル

Fig.1 に示す R.H. シェルを考える。 u^0, v^0, w^0 はそれぞれシェル中央面における θ, r 方向及び法線 (z) 方向の変位であり、 $2\pi a$ はシェルのピッチである。本報告においては、シェルが浅いという仮定より次式が成り立つものとする。

$$(a/r)^2 \ll 1 \quad (1)$$

シェルは等方等質の材料からなるものとし、さらに Love Kirchhoff の仮定を用いると、R.H. シェルのひずみ-変位及び応力-ひずみの関係式は以下の様に求まる⁵⁾。

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\partial u^0}{\partial r} - \zeta \frac{\partial^2 w^0}{\partial r^2}, \quad \epsilon_\theta = \frac{u^0}{r} + \frac{v^0}{r} - \zeta \left(\frac{\partial^2 w^0}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 w^0}{\partial \theta^2} \right), \\ \epsilon_{r\theta} &= \frac{\partial u^0}{\partial \theta} - \frac{u^0}{r} + \frac{\partial v^0}{\partial r} - \frac{2a}{r^2} w^0 - 2\zeta \left(\frac{\partial^2 w^0}{\partial r \partial \theta} - \frac{\partial^2 w^0}{\partial \theta^2} \right), \\ \sigma_r &= \frac{E(\epsilon_r + \nu \epsilon_\theta)}{1-\nu^2}, \quad \sigma_\theta = \frac{E(\epsilon_\theta + \nu \epsilon_r)}{1-\nu^2}, \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{E \epsilon_{r\theta}}{2(1+\nu)}. \end{aligned} \quad (2-a \sim f)$$

ここに、 E は Young 係数であり、 ν は Poisson 比である。

$\theta = \theta_i, \theta_j$ ($\theta_j - \theta_i = \alpha$) における R.H. シェルの境界条件を

$$u^0 = v^0 = w^0 = M_\theta^0 = 0 \quad (3)$$

とおくと、(3) 式を満足する変位関数は次の様に書ける。

$$\begin{aligned} u^0 &= \sum U_m^0 \sin k_m \theta, \\ v^0 &= \sum V_m^0 \sin k_m \theta, \\ w^0 &= \sum W_m^0 \sin k_m \theta. \end{aligned} \quad (4-a \sim c)$$

ここに

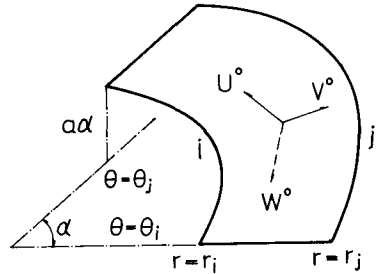


Fig.1 R.H. シェル

$$\begin{aligned} k_m &= m\pi/a, \quad U_m^0 = (1 - \frac{x_0}{b_0}) \tilde{U}_m^0 + \frac{x_0}{b_0} \hat{U}_m^0, \\ V_m^0 &= (1 - \frac{x_0}{b_0}) \tilde{V}_m^0 + \frac{x_0}{b_0} \hat{V}_m^0, \\ W_m^0 &= \left\{ 1 - 3 \left(\frac{x_0}{b_0} \right)^2 + 2 \left(\frac{x_0}{b_0} \right)^3 \right\} \tilde{W}_m^0 + x_0 \left\{ 1 - 2 \frac{x_0}{b_0} + \left(\frac{x_0}{b_0} \right)^2 \right\} \tilde{\theta}_m^0 \\ &\quad + \left\{ 3 \left(\frac{x_0}{b_0} \right)^2 - 2 \left(\frac{x_0}{b_0} \right)^3 \right\} \hat{W}_m^0 + x_0 \left\{ \left(\frac{x_0}{b_0} \right)^2 - \frac{x_0}{b_0} \right\} \hat{\theta}_m^0, \\ x_0 &= r - r_i, \quad r_j - r_i = b_0. \end{aligned} \quad (5-a \sim f)$$

3. 円筒シェル

らせん部材の解析に適する様に、Fig.2 に示す曲線直交座標系 y^i を導入する。円筒座標系の θ と y^i との関係

$$y^i = \theta \sqrt{a^2 + r_0^2} \quad (6)$$

と表わされるが、(1) 式を用いると次式の様になる。

$$y^i = r_0 \theta \quad (7)$$

u^i, v^i, w^i をそれぞれ $y^i, y^2 (= x), y^3 (= z)$ 方向のシェル中央面の変位とすると、R.H. シェルと同じ仮定を用いることにより、円筒シェルのひずみ-変位及び応力-ひずみの関係式が以下の様に求まる。

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= \frac{\partial u^i}{\partial y^1} + \frac{w^i}{r_0} - \zeta \left(\frac{\partial^2 w^i}{\partial y^1 \partial y^1} + \frac{w^i}{r_0^2} + \frac{2a}{r_0^2} \frac{\partial v^i}{\partial x} \right), \\ \epsilon_{22} &= \frac{\partial v^i}{\partial x} - \zeta \left(\frac{\partial^2 w^i}{\partial x^2} + \frac{2a}{r_0^2} \frac{\partial u^i}{\partial x} \right), \\ \epsilon_{12} &= \frac{\partial u^i}{\partial x} + \frac{\partial v^i}{\partial y^1} - \frac{2a}{r_0^2} w^i - \zeta \left(2 \frac{\partial^2 w^i}{\partial y^1 \partial x} + \frac{2a}{r_0^2} \frac{\partial u^i}{\partial y^1} + \frac{2a}{r_0^2} \frac{\partial v^i}{\partial x} - \frac{1}{r_0} \frac{\partial u^i}{\partial x} + \frac{\partial v^i}{\partial y^1} \right), \\ \sigma^{11} &= \frac{E(\epsilon_{11} + \nu \epsilon_{22})}{1-\nu^2}, \quad \sigma^{22} = \frac{E(\epsilon_{22} + \nu \epsilon_{11})}{1-\nu^2}, \\ \sigma^{12} &= \frac{E \epsilon_{12}}{2(1+\nu)}. \end{aligned} \quad (8-a \sim f)$$

(8) 式において、 $a=0$ とおくといわゆる Flugge 型のひずみ-変位関係式と一致する。 $\theta = \theta_i, \theta_j$ において円筒シ

エルの境界条件を

$$u^i = v^i = w^i = M_0^i = 0.$$

と置く、変位関数は次の様に書ける。

$$u^i = \sum U_m^i \sin km\theta,$$

$$v^i = \sum V_m^i \sin km\theta,$$

$$w^i = \sum W_m^i \sin km\theta$$

(10-a~c)

ここに

$$U_m^i = (1 - \frac{x}{b_1}) \bar{U}_m^i + \frac{x}{b_1} \bar{U}_m^i,$$

$$V_m^i = (1 - \frac{x}{b_1}) \bar{V}_m^i + \frac{x}{b_1} \bar{V}_m^i,$$

(11-a~c)

$$W_m^i = \{1 - 3(\frac{x}{b_1})^2 + 2(\frac{x}{b_1})^3\} \bar{W}_m^i + \alpha \{1 - 2\frac{x}{b_1} + (\frac{x}{b_1})^2\} \bar{\theta}_m^i + \{3(\frac{x}{b_1})^2 - 2(\frac{x}{b_1})^3\} \bar{W}_m^i + \alpha \{(\frac{x}{b_1})^2 - \frac{x}{b_1}\} \bar{\theta}_m^i.$$

ここに、 b_1 は円筒シェルの幅である。

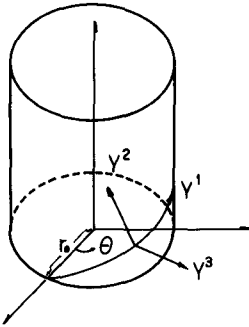


Fig. 2 円筒シェル

4. 数値計算例

箱桁の両端において、面内剛性無限大の隔壁が存在するものと仮定する。中肉隔壁に関しては、面外剛性はなく、面内剛性のみ有するものとし、フランジに対して垂直に配置されている。中肉隔壁の個数は、0, 1, 3 の三つの場合を考えており、それらは等間隔に配置されている。数値計算に用いた諸数値はFig. 3に示す通りであり、荷重は法線方向に作用させた。要素分割は、R.H.シェル要素2枚、円筒シェル要素2枚、合計4要素であり、縦

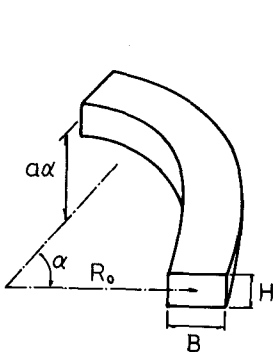


Fig. 3-a

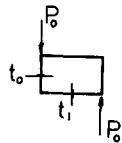


Fig. 3-b P_0 at $\theta = \alpha/2$

$$\begin{aligned} 2\pi\alpha &= 5^\circ, R_0 = 30^\circ \\ B &= 3^\circ, H = 1.5^\circ \\ \alpha &= \pi/2, P_0 = 5^\circ \\ E &= 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ \nu &= 0.3, t_0 = t_1 = 8^\circ \end{aligned}$$

数項数は $m=5$ である。Fig. 4~6に $\theta = \alpha/2$ における

(9) 断面の変形形状を示す。本計算例より、ピーチが大きくなるにつれ、断面変形が大きくなり、曲線桁の隔壁間隔を、そのまません桁に適用することは不適当であることがわかった。

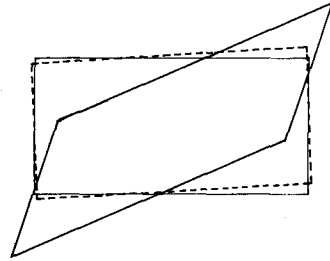


Fig. 4 ピッチ = 0^m

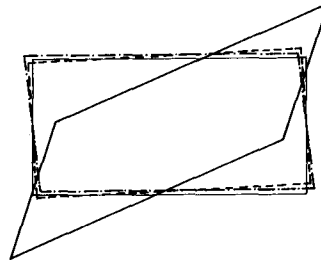


Fig. 5 ピッチ = 5^m

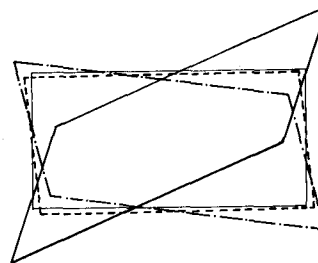


Fig. 6 ピッチ = 10^m

5. 参考文献

- 1) 坂井・中村: 土木学会論文報告集, No. 235.
- 2) 大塚・吉村・彦坂・平田: 土木学会論文報告集, No. 259.
- 3) 平嶋・井浦・依田: 土木学会論文報告集, No. 242.
- 4) 大塚・吉村・彦坂: 土木学会集報, 49, 2, pp. 67-74, 1976.
- 5) 平嶋・井浦: Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 27.
- 6) Y. K. Cheung: F. S. M. in Structural Analysis (Pergamon Press)
- 7) 成岡・岡科・山田・白石: 構造力学, 第4巻, (丸善).