

電力中央研究所 正員

青柳 栄

埼玉大学工学部 正員

秋山成興

1. はじめに 鋼管どうしの交差部における応力集中の問題は、主に接合部形状の複雑さのゆえに理論的解析は少なく実験的研究¹⁾が主流であり、近年、有限要素法による解析²⁾がいくつか見られる程度である。本研究は鋼管継手の中で最も基本的な形状であるT型継手について、シェル理論に基づき継手近傍の応力集中を解析したものであり、構造はPlugのない場合、すなわち継手部に貫通孔を有する型式を対象とする。

2. 解析 荷重は主管の一樣軸引張とする。基本応力変形状態として単一鋼管の一樣軸引張を選び、これを $\hat{S}$ とする。また、接合部に設けられる開孔、及び枝管の接合に起因する擾乱応力変形状態 S は、主管、枝管ともに shallow shell 理論より誘導される複素応力関数で評価することとし、接合部での応力変形連続条件を満足させて未定定数を決定する。この時、実際に実現される応力変形状態 $\tilde{S}$ は $\tilde{S} = S + \hat{S}$ で与えられる。(枝管は $\hat{S} = 0$) 以下、主管、枝管に關係する諸量は指標 II, I で区別する。

2.1 基本応力変形状態 T型鋼管継手の接合部形状は円形とはならず、管径比、 $\varepsilon = R_i/R_x$ と φ に依存する量である。Fig. 2 に示す局所座標系 (v, t) を導入すれば、基本応力変形状態は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\hat{Q}_{vv} &= \hat{Q}_{vv}^{(0)} + \varepsilon^2 \hat{Q}_{vv}^{(2)} + \varepsilon^4 \hat{Q}_{vv}^{(4)} & \hat{Q}_{vt} &= \hat{Q}_{vt}^{(0)} + \varepsilon^2 \hat{Q}_{vt}^{(2)} + \varepsilon^4 \hat{Q}_{vt}^{(4)} \\ \hat{Q}_{tt} &= \hat{Q}_{tt}^{(0)} + \varepsilon^2 \hat{Q}_{tt}^{(2)} + \varepsilon^4 \hat{Q}_{tt}^{(4)} & \hat{E}_{tt} &= (\hat{Q}_{tt} - v \hat{Q}_{vv})/E_x h_x\end{aligned}\quad (1)$$

2.2 主管の擾乱応力変形状態を決める応力関数 Fig. 3 に示す (ξ, η) 座標系の場合、shallow shell の基礎方程式は次式で与えられる。

$$\Delta \Delta \Psi^{\text{II}} - 4\mu^2 i \frac{\partial^2 \Psi^{\text{II}}}{\partial \xi^2} = 0 \quad (2)$$

ここで、 Δ はラプラシアン、 i は虚数単位、 $\Psi^{\text{II}} = F_{\text{II}} - i E_x h_x C_{\text{II}} W_{\text{II}}$ 、 $C_{\text{II}} = h_x/\sqrt{12(1-\nu^2)}$ 、 F_{II} は Airy の応力関数である。 Q を一定とした場合、(2)の二軸対称解は A_n, B_n を未定定数として、ケルビン関数により次式で表示される。

$$\begin{aligned}\Psi^{\text{II}} &= \sum_{n=0}^{\infty} (A_n + i B_n) \frac{2}{\pi} \{ \text{kei}_n(\mu^* r) - i \text{ker}_n(\mu^* r) \} \cdot \\ &\quad \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m (-1)^m \{ \{ \text{ber}_{2m-n}(\mu^* r) + i \text{bei}_{2m-n}(\mu^* r) \} + \{ \text{ber}_{-2m-n}(\mu^* r) + i \text{bei}_{-2m-n}(\mu^* r) \} \} \cos 2m\varphi\end{aligned}\quad (3)$$

今、座標原点から接合部までの距離 Q は ε と φ の関数であることに注意し、管径比 ε を微小パラメータとして境界摂動法の理論より、 $\Psi^{\text{P}} = \sum \epsilon^j \Psi^{\text{II}} \quad (A_n, B_n \rightarrow A_n^{(j)}, B_n^{(j)})$ とすれば、極座標系での断面力、変形量は Ψ^{P} の实部、虚部よりすべて決定される。たとえば、

$$\begin{aligned}Q_{rr} &= \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \text{Re} \Psi^{\text{P}}, & Q_{\varphi\varphi} &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} \text{Re} \Psi^{\text{P}}, & Q_{r\varphi} &= \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \text{Re} \Psi^{\text{P}} \\ E_x h_x C_{\text{II}} K_{rr} &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} \text{Im} \Psi^{\text{P}}, & E_x h_x C_{\text{II}} K_{\varphi\varphi} &= \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \text{Im} \Psi^{\text{P}}, & E_x h_x C_{\text{II}} K_{r\varphi} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \text{Im} \Psi^{\text{P}}\end{aligned}\quad (4)$$

次に、基本応力状態と同様に局所座標系の表示式を求める。これは最終的に ϵ のべき級数で表示される。

$$Q_{vv}^{\text{II}} = \sum \epsilon^j Q_{vv}^{(j)}, \quad Q_{vt}^{\text{II}} = \sum \epsilon^j Q_{vt}^{(j)}, \quad \dots, \quad E_x h_x C_{\text{II}} K_{vv}^{\text{II}} = \sum \epsilon^j E_x h_x C_{\text{II}} K_{vv}^{(j)}, \quad \dots, \quad (5)$$

2.3 枝管の擾乱応力変形状態を決める応力関数 枝管に対してはFig. 4に示す座標系を用いる。基礎方程式、及び解は、 C_m, D_m, E_m, F_m を未定定数として次式で与えられる。

$$\Delta \Delta \Psi^{\text{I}} + i \frac{1}{C_I R_i^2} \frac{\partial^2 \Psi^{\text{I}}}{\partial \alpha^2} = 0 \quad \alpha = x/R_i, \quad \Psi^{\text{I}} = F_I + i E_I h_I C_I W_I \quad (6)$$

$$(i) \quad m=0 \quad \Psi^{\text{I}} = (C_0 + i D_0) e^{k(1-i)\alpha}, \quad k = \sqrt{1/2 R_i C_I}, \quad C_I = h_I/\sqrt{12(1-\nu^2)}$$

$$(ii) \quad m \geq 1 \quad \Psi^{\text{I}} = \sum_{n=1}^{\infty} \{ (C_m + i D_m) (e^{\beta_1^m \alpha} \cos \beta_2^m \alpha + i e^{\beta_1^m \alpha} \sin \beta_2^m \alpha) + \dots \}$$

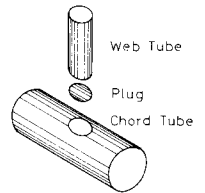


Fig. 1 T-tubular joint components

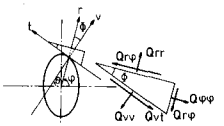
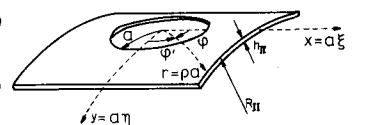
Fig. 2 Stress Resultants in the Local Coordinate (v, t)

Fig. 3 Coordinate Systems

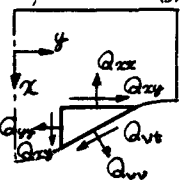


Fig. 4 Coordinate Systems

$$+ (E_m + iF_m) \{ e^{\beta_3^m \alpha} \cos \beta_4^m \alpha + e^{\beta_5^m \alpha} \sin \beta_4^m \alpha \} \cos 2m\varphi \quad (7)$$

$$\text{ここで, } \beta_1^m = \frac{S(\ell+1)}{2}, \beta_2^m = -\frac{S(\ell+1)}{2\ell}, \beta_3^m = \frac{S(\ell-1)}{2}, \beta_4^m = \frac{S(\ell-1)}{2\ell},$$

$$S = \sqrt{R_I/2C_I}, \ell = \sqrt{4P + \sqrt{16P^2 + 1}}, P = 2m^2/S^2$$

こゝより, まず, (α, φ) 座標系での断面力, 変形量等の表示式は次式より得られる。たとえば,

$$Q_{\alpha\alpha} = \frac{1}{R_I^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \operatorname{Re} \Psi^I, \quad Q_{\varphi\varphi} = \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \operatorname{Re} \Psi^I, \quad Q_{\alpha\varphi} = \frac{1}{R_I} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \varphi} \operatorname{Re} \Psi^I$$

$$E_I h_I C_I X_{\alpha\alpha} = -\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \operatorname{Im} \Psi^I, \quad E_I h_I C_I X_{\varphi\varphi} = -\frac{1}{R_I^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \operatorname{Im} \Psi^I, \quad E_I h_I C_I X_{\alpha\varphi} = -\frac{1}{R_I} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \varphi} \operatorname{Im} \Psi^I \quad (8)$$

局所座標系での表示式は, (4), (5) と同様に ε のべき級数に表示される。たとえば,

$$Q_{\alpha\alpha}^I = \sum \varepsilon^j Q_{\alpha\alpha}^{(j)}, \quad Q_{\varphi\varphi}^I = \sum \varepsilon^j Q_{\varphi\varphi}^{(j)}, \quad \dots, \quad E_I h_I C_I X_{\alpha\alpha}^I = \sum \varepsilon^j E_I h_I C_I X_{\alpha\alpha}^{(j)}, \quad \dots, \quad (9)$$

2.4 境界条件 荷重を受けると主管, 枝管ともに変形するが, 接合線上では断面力, 変形量の連続条件が満足されなければならない。断面力の連続条件としては, 主管, 枝管の断面力ベクトルの和を 0 にすること, モーメントの連続条件を考える。他方, 変形量の連続条件としては, 主管, 枝管の境界ひずみ ε_{tt} と, 曲率変化量が等しくなければならないという条件を用いる。境界条件の誘導の詳細は省略結果のみ示す。以下で $\{ \}$ は境界量を示す。

断面力の連続条件

$$\{M_{\alpha\alpha}^I\} = \{M_{\alpha\alpha}^{II}\}$$

$$\{Q_{\alpha\varphi}^I\} = \{Q_{\alpha\varphi}^{II}\}$$

$$\frac{\varepsilon \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^4 \varphi}} \{Q_{\alpha\alpha}^I\} + \{Q_{\alpha\alpha}^{II}\} = \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^4 \varphi}} \{Q_{\alpha\alpha}^I\}, \quad \frac{\varepsilon \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^4 \varphi}} \{Q_{\alpha\alpha}^I\} + \{Q_{\alpha\alpha}^{II}\} = \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^4 \varphi}} \{Q_{\alpha\alpha}^I\}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^4 \varphi}} \{Q_{\alpha\alpha}^I\} = \frac{\varepsilon \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^4 \varphi}} \{Q_{\alpha\alpha}^I\} - \{Q_{\alpha\alpha}^{II}\}, \quad \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^4 \varphi}} \{Q_{\alpha\alpha}^I\} = \frac{\varepsilon \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^4 \varphi}} \{Q_{\alpha\alpha}^I\} - \{Q_{\alpha\alpha}^{II}\}$$

変形量の連続条件

$$\{\varepsilon_{tt}^I\} = \{\varepsilon_{tt}^{II}\}$$

$$\{X_{\alpha\varphi}^I\} = \{X_{\alpha\varphi}^{II}\}$$

(11)

3. 数値計算 (4), (5), (9) を境界条件式 (10), (11) に代入し ε の同次項を整理すれば, ε の 0 次, 1 次, 2 次, ... に相当する条件式にまとめられる。こゝで各々の次数 j に対し, 未定定数系 $\{X^{(j)}\} = \{A_n^{(j)}, B_n^{(j)}, C_n^{(j)}, D_n^{(j)}, E_n^{(j)}, F_n^{(j)}\}$ を求めることになる。こゝでは, 断面力, 変形量ともにフーリエ表示し, フーリエ係数を等置することにより, $\{X^{(j)}\}$ を決定する連立方程式を誘導した。 $m=4, n=8$ として, ε の 0 次解 $\{X^{(0)}\}$ をまが求めた。 ε の 0 次のみを考えた場合, 幾何学的には管径比の小さい継手に対応し, 接合部形状は円形に漸近し, 枝管接合部は, フラットになる。この場合の応力集中率は板と円筒との接合問題についてチェルニフの導いた値と良好な一致を示した。また, ε の 0 次解のみを採用して管径比 2/3 の T 型継手を解析した結果, 最大応力である主管の環応力集中率は実験値と十分一致した。 ($\varphi = \pi/2$ で, 理論値 3.3, 実験値 3.0 ; ただし, 寸法, 材料定数は, $R_I = 20 \text{ cm}, R_{II} = 30.03 \text{ cm}, h_I = 0.6 \text{ cm}, h_{II} = 0.9 \text{ cm}, E_I = E_{II} = 2100000 \text{ kg/cm}^2, \nu = 0.3$) ε の高次項を採用した解析を行えば, さらに厳密な評価が可能である。また, $\varepsilon = 1/10$ で, $h_I/h_{II} \ll 1$ の場合の主管の応力分布は, 円孔を有する鋼管が一樣軸引張を受けたときの応力分布に漸近することも確認した。先に行, 円孔を有する鋼管の応力集中率と比較すると, 枝管の接合により最大応力集中率は約半分に減じられることも明らかとなった。以上の数値計算例の詳細は当分の発表に譲る。

4. まとめ 現実には隅角溶接部の応力集中に及ぼす影響は無視できないと思われるが, 本解析はこれを考慮していない。しかしながら, 上記の解析により主管の一樣軸引張に対しては, ε の 0 次のみで管径比 $< 1/4$ の T 型継手の応力集中率について実用的に十分な評価が可能であり, また ε の高次項を採用すれば, 現実によく存在する管径比の大きい T 型継手も扱うことができる。なお, 内圧, 主管のねじり等の荷重については, 基本応力状態 (1) を変更し, ねじりの場合には (3) に変えて二軸対称問題を適用すればよい。

参考文献 1) T. OKUMURA, N. AKIYAMA, and S. AOYAGI "The Experimental Study on Elastic Stress near Cylinder to Cylinder Intersections" Report of Dept. Found. Eng. & Const. Eng., Saitama Univ., 8 (1979) 2) L.R. HERRMANN, "A Finite-Element Analysis for Thin Shells" AIAA Journal, Vol. 6, No. 10 1969 3) 秋山成興 "接合部における連続条件の一般表現とその応用, 土木学会論文報告集, No. 202, pp. 1~10, 1972-6 4) S. AOYAGI, "The Expressions of Continuity Conditions at the Intersection of T-type Tubular Joint", Research Activities, Tokyo Denki Univ. Vol. 1 (1979) 5) 森田村山, 厚村, 第 5 回 構造工学シンポジウム