

同 同 波 田 凱 夫

分布荷重によるケーブルの湾曲を考慮した大変形解析法に関する研究には、前田¹⁾、後藤²⁾、阿井³⁾、Henghold⁴⁾、Gambir⁵⁾、らのものがあり、それぞれ特徴ある解析法が提示されている。それらの研究を踏まえ、本報では、要素の湾曲度の大きいケーブル部材を含む構造物について、任意の荷重に対する静的大変形さらには動的応答を求める解析を行なう。

③ケーブル断面積はひずみ状態によらず一定である。
ミニコンでも採用する。また、ひずみ-変位関係および
応力-ひずみ関係として

ととる。ここで、 ε は伸びひずみで、初期ひずみからのひずみ増分、 ds 、 ds_a 、 ds_o はそれぞれ変形状態、初期状態、無応力状態の線素 l 長さ、 σ は初期応力からの応力の増分、 E はヤング係数を表す。分布荷重 w_0 は仮定より、

である。ここで、 A_0 、 ρ および F_{0i} はそれぞれケーブルの断面積、密度および単位質量当りの物体力、 $\bar{T}_{0i}$ は単位表面積当りの表面力と、 $\phi_{0\theta}$ はケーブル外周に沿う積分と、添字 i は直交デカルト座標の各座標軸 (X, Y, Z) 方向と、添字 0 は無応力状態を表わす。

さて、上述の仮定を基にす線材に対する Hellinger-Reissner の汎関数を Π_R とし、初期状態 (初期形状、初期応力) を基準にとってこれを示すと、

表面力を $\bar{\tau}_{01s_0}$ および $\bar{\tau}_{01s_0L_0}$ としている。また、 $\bar{Q}_0$ は初期応力、 $W_c(\eta)$ はコンプリメンタリエネルギーで、 $W_c(\eta) = \frac{1}{2E} \bar{Q}_0^2$ 、 u_0 は初期形状からの変位を表す。

(ii) 要素を2つの領域に分け、それぞれの領域で応力を一定とする。すなわち3節英アイソパラメトリック要素として、その応力場を階段状に近似する。この場合、式(4)の解は次式のように表わされる。

ここで、 $\bar{Q}_n$ および Q_n はそれぞれ各領域において一定な初期応力および応力増分、 L_n は各領域における要素の無応力長と表す。また、

u_{11}, u_{21}, u_{31} は節点 1 の X, Y, Z 方向の変位、 u_{12}, u_{22}, u_{32} および u_{13}, u_{23}, u_{33} はそれぞれ節点 2 および 3 の変位を表す。 $\bar{q}_n$ について式 (5) の π_R の停留をとると、

が得られる。ここで、 $\bar{e}_n = \int_{L_{on}} \varepsilon ds$ 。式(6)と式(5)に代入すると、

$$\Pi_R = A_0 \sum_{n=1}^3 (\bar{Q}_{on} \bar{e}_n + \frac{E}{L_{on}} \bar{e}_n^2) - (F_w + F_c) \delta \quad (7)$$

つり合式は、式(7)の Π_R の総和と全要素についてとり、それを節変位で微分して得られる。いま、式(7)と3節変の変位 δ で微分すれば、

$$\frac{\partial \Pi_R}{\partial \delta} = A_0 \sum_{n=1}^3 (\bar{Q}_{on} + \frac{E}{L_{on}} \bar{e}_n) \left[\begin{matrix} \mu_{1n} \\ \mu_{2n} \\ \mu_{3n} \end{matrix} \right] - (F_w + F_c) \quad (8)$$

ここで、 $\mu_{1n} = \left[\frac{\partial \bar{e}_n}{\partial u_{11}} \frac{\partial \bar{e}_n}{\partial u_{21}} \frac{\partial \bar{e}_n}{\partial u_{31}} \right]^T$ 、 $\mu_{2n} = \left[\frac{\partial \bar{e}_n}{\partial u_{12}} \frac{\partial \bar{e}_n}{\partial u_{22}} \frac{\partial \bar{e}_n}{\partial u_{32}} \right]^T$ 、 $\mu_{3n} = \left[\frac{\partial \bar{e}_n}{\partial u_{13}} \frac{\partial \bar{e}_n}{\partial u_{23}} \frac{\partial \bar{e}_n}{\partial u_{33}} \right]^T$
 式(8)と全要素について重ね合わせて0と置けば、構造全体のつり合式が得られる。本報では、そのつり合式をNewton-Raphson法により解く。ただし、解の発散を防ぐための一つの手法として、反復計算においてつり合力のノルムが急増する場合、解の修正ベクトルの長さを縮小することを行なう。なお、本文では要素内の定応力の領域の数を2としたが、その数をNとし一般的に取り扱うこともできる。このNの値の評価に対しては、つぎに一計算例を示す。

3. 数値計算例 計算例1: 図3のカテナリー曲線の支間中央に100tの集中荷重を鉛直下方に作用させる。この計算例では定応力場の領域の数を種々変化させている。図4に構造を4要素9節点としたときの、要素内の定応力の領域の数Nと載荷重の鉛直下方の変位 δ_y との関係を示す。図6に、本報の解析法と棒要素を用いた解析法との解の精度を比較する。これらより、N=2の場合、最も解の精度が高いこと、Nの値を大とすればするほど変位 δ_y は滑らかに減少していくこと、本法は直線棒要素による解析法に比べて精度が高いことなどがわかる。

計算例2: スパン40m、サグ比1.955、伸び剛性 $2.55 \times 10^6 t$ 、分布荷重1t/mの懸垂線の中程に水平方向の集中荷重を作用させる²⁾。図7に、本法の計算結果を○印で、後藤の計算結果と実線と示す。両者は良く一致していると言える。なお、図6には、本法による計算結果の変形状態を示す。図中・印は節点を表わす。

4. 動的応答解析 動的つり合式は前述の静的つり合式に慣性項、減衰項、動的外力の項を付加することにより得られる。とくに減衰力において、必ずみ速度 $\dot{\varepsilon}$ に比例する粘性減衰力 $C \dot{\varepsilon}$ が働くことと仮定すれば、前述の解析モデルと同様に、

$$Q_{cn} = \frac{C}{L_{on}} \int_{L_{on}} \dot{\varepsilon} ds, \quad n=1, 2$$

$$g_c = A_0 \sum_{n=1}^3 Q_{cn} \left[\begin{matrix} \mu_{1n} \\ \mu_{2n} \\ \mu_{3n} \end{matrix} \right]$$

を得る。ここに、Cは比例常数、 g_c は1要素の9成分の減衰力である。動的つり合式もちろん非線形となるので直接数値積分法によって解く。若干の計算例と講義時に紹介する予定である。

1) 前田, 板, 前田: 土木学会論文報告集, 第257号, 1977-1, 2) 後藤: 土木学会論文報告集, 第270号, 1978-2, 3) 阿部, 西園, 奥村: 土木学会論文報告集, 第260号, 1977-4, 4) Henghold, W. H., and J. J. Russell: Computer & Structures, Vol. 6, 1976, 5) Gambir, M. L. and B. Bacheler: Int. J. Num. Mech. in Engineering, Vol. 11, 1977

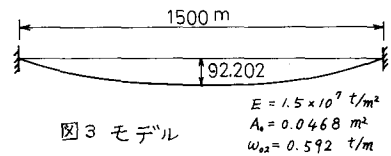


図3 モデル

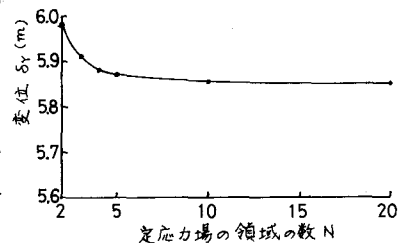


図4 要素内の定応力場の数と載荷重の変位

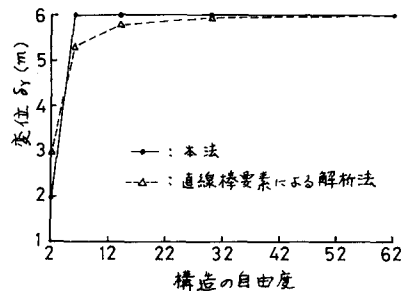


図5 要素分割数と載荷重の変位

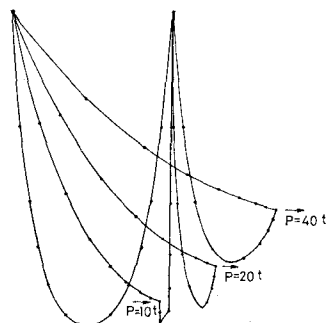


図6 初期形状と変形状態の形状

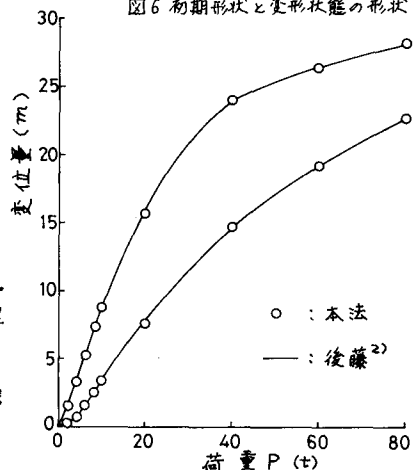


図7 載荷重(支間中央)の変位量