

関西大学工学部 正会員 三 工 市 藏
住友重機械工業株式会社 正会員 〇 福 富 孝 泰
関西大学工学部 正会員 米 沢 博

1. まえがき アーチ部材のフランジや縦断勾配またはテーパを有する箱桁のフランジなどはその面外に曲率を有しており、円筒パネルとみなすことができる。これらの円筒パネルはその円周方向に面内力を受けているので、曲率の影響を考慮に入れて非線形解析をする必要がある。著者らは、これまで、円周方向に面内圧縮力または面内引張力を受ける円筒パネルを、Washizu¹⁾の非線形シェル理論に基づいて解析し、種々のパラメータが非線形挙動に及ぼす影響について検討した。^{2) 3) 4) 5)} 一方、非線形理論における種々の非線形項のうち非線形性に顕著な影響を与える項を検討し、簡単で精度のよい近似理論を導く試みを面内圧縮力を受ける場合を対象に行った。⁶⁾ 本報告では、円筒パネルが面内引張力を受ける場合を対象に同様な検討を行ない、圧縮の場合と引張の場合とを総括して、円周方向面内力を受ける円筒パネルに対する非線形理論の簡略化の方法についてまとめる。

2. 基礎方程式 図-1に示すような弧に沿った長さ a 、幅 b 、厚さ t 、曲率半径 R の等方性円筒パネルが円周方向に面内圧縮力または引張力を受け、側面で腹板の拘束を受けるものとする。端部の境界条件としては単純支持と固定の2通りを考える。座標軸を図-1のようにとり、断面力および変位の正の方向を図-2のように定義する。基礎式の詳細は文献⁶⁾にゆづることとし、主なものを引張の場合について以下に示す。

(1) 中立面のひずみ-変位関係式 次の3種を考える。

Case 0: 線形関係

$$\epsilon_x = \epsilon_x ; \quad \epsilon_y = \epsilon_y ; \quad \epsilon_{xy} = \epsilon_{xy} \quad (1a)$$

Case 1: Kármán 流の非線形関係

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_x + \frac{1}{2} \phi_x^2 \\ \epsilon_y &= \epsilon_y + \frac{1}{2} \phi_y^2 \\ \epsilon_{xy} &= \epsilon_{xy} + \frac{1}{2} \phi_x \phi_y \end{aligned} \quad (1b)$$

Case 2: 非線形関係

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_x + \frac{1}{2} [\epsilon_x^2 + (\epsilon_{xy} + \phi)^2 + \phi_x^2] \\ \epsilon_y &= \epsilon_y + \frac{1}{2} [(\epsilon_{xy} - \phi)^2 + \epsilon_y^2 + \phi_y^2] \\ \epsilon_{xy} &= \epsilon_{xy} + \frac{1}{2} [\epsilon_x (\epsilon_{xy} - \phi) + \epsilon_y (\epsilon_{xy} + \phi) + \phi_x \phi_y] \end{aligned} \quad (1c)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし, } \epsilon_x &= u_{,x} ; \quad \epsilon_y = v_{,y} - \frac{w}{R} ; \quad \epsilon_{xy} = \frac{1}{2} (u_{,y} + v_{,x}) \\ \phi_x &= w_{,x} ; \quad \phi_y = w_{,y} + \frac{v}{R} ; \quad \phi = \frac{1}{2} (v_{,x} - u_{,y}) \text{ である。} \end{aligned} \quad (2)$$

(2) つり合い式 次の5種を考える。

Case A: 非線形関係

$$\begin{aligned} & \bar{N}_{x,x} + \bar{N}_{xy,y} + N_m (\epsilon_{xy,y} - \phi_{,y}) \\ & + \bar{N}_x \epsilon_{x,x} + \bar{N}_{xy} (\epsilon_{xy,x} - \phi_{,x} + \epsilon_{x,y}) + \bar{N}_y (\epsilon_{xy,y} - \phi_{,y}) \\ & + \bar{N}_{x,x} \epsilon_x + \bar{N}_{xy,x} (\epsilon_{xy} - \phi) + \bar{N}_{xy,y} \epsilon_x + \bar{N}_{y,y} (\epsilon_{xy} - \phi) = 0 \\ & \bar{N}_{y,y} + \bar{N}_{xy,x} - \frac{1}{R} (M_{y,y} + 2M_{xy,x}) + N_m \epsilon_{y,y} - \frac{1}{R} N_m \phi_y + \bar{N}_x (\epsilon_{xy,x} + \phi_{,x}) + \bar{N}_{xy} (\epsilon_{y,x} + \epsilon_{x,y} + \phi_{,y}) + \bar{N}_y \epsilon_{y,y} \\ & + \bar{N}_{x,x} (\epsilon_{xy} + \phi) + \bar{N}_{xy,x} \epsilon_y + \bar{N}_{xy,y} (\epsilon_{xy} + \phi) + \bar{N}_{y,y} \epsilon_y - \frac{1}{R} (\bar{N}_{xy} \phi_x + \bar{N}_y \phi_y) = 0 \\ & M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + \frac{1}{R} N_m + N_m \phi_{y,y} + \frac{1}{R} N_m \epsilon_y + \bar{N}_x \phi_{x,x} + \bar{N}_{xy} (\phi_{y,x} + \phi_{x,y}) + \bar{N}_y \phi_{y,y} \\ & + \bar{N}_{x,x} \phi_x + \bar{N}_{xy,x} \phi_y + \bar{N}_{xy,y} \phi_x + \bar{N}_{y,y} \phi_y + \frac{1}{R} [\bar{N}_x + \bar{N}_{xy} (\epsilon_{xy} + \phi) + \bar{N}_y \epsilon_y] = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

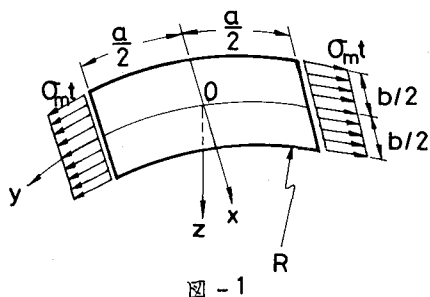


図-1

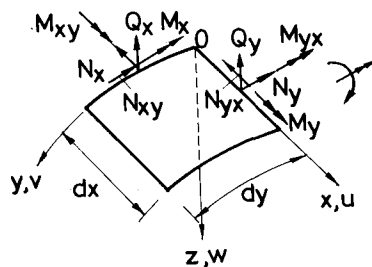


図-2

Case B: Flügge 型⁷⁾

$$\begin{aligned} \bar{N}_{x,x} + \bar{N}_{xy,y} + N_m(\bar{\epsilon}_{xy,y} - \bar{\phi}_{,y}) &= 0 \\ \bar{N}_{y,y} + \bar{N}_{xy,x} - \frac{1}{R}(M_{y,y} + 2M_{xy,x}) + N_m\bar{\epsilon}_{y,y} - \frac{1}{R}N_m\bar{\phi}_{,y} &= 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + \frac{1}{R}N_m + N_m\bar{\phi}_{,y} + \frac{1}{R}N_m\bar{\epsilon}_{y,y} \\ + \bar{N}_x\bar{\phi}_{,x} + \bar{N}_{xy}(\bar{\phi}_{,x} + \bar{\phi}_{,y}) + \bar{N}_y\bar{\phi}_{,y} \\ + \frac{1}{R}[\bar{N}_y + \bar{N}_{xy}(\bar{\epsilon}_{xy} + \bar{\phi}) + \bar{N}_y\bar{\epsilon}_y] &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Case C: Kármán 型

$$\begin{aligned} \bar{N}_{x,x} + \bar{N}_{xy,y} &= 0 \\ \bar{N}_{y,y} + \bar{N}_{xy,x} &= 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + \frac{1}{R}N_m + N_m\bar{\phi}_{,y} \\ + \bar{N}_x\bar{\phi}_{,x} + \bar{N}_{xy}(\bar{\phi}_{,x} + \bar{\phi}_{,y}) + \bar{N}_y\bar{\phi}_{,y} + \frac{1}{R}\bar{N}_y &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Case D: 準線形関係

$$\begin{aligned} \bar{N}_{x,x} + \bar{N}_{xy,y} &= 0 \\ \bar{N}_{y,y} + \bar{N}_{xy,x} &= 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + \frac{1}{R}N_m + N_m\bar{\phi}_{,y} + \frac{1}{R}\bar{N}_y &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Case E: Donnell 型の線形関係

$$\begin{aligned} \bar{N}_{x,x} + \bar{N}_{xy,y} &= 0 \\ \bar{N}_{y,y} + \bar{N}_{xy,x} &= 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + \frac{1}{R}N_m + \frac{1}{R}\bar{N}_y &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

3. 数値計算例 パラメータとして縦横比 a/b , 幅厚比 b/t , 曲率パラメータ b^2/Rt , 側辺の拘束の程度を表す固定係数 ψ , 荷重 $k_m = 5\pi t b^2 / \pi^2 D$ を用いる。ただし, D は円筒パネルの曲げ剛さである。対称性により $1/4$ 領域を対象とし, 差分法を用いて解析した。

圧縮を受ける円筒パネル中央点の荷重-たわみ曲線を図-3に示す。基本の非線形理論は, Case A2 で, 種々の近似非線形理論のうち Kármán 流のひずみ-変位関係式と Kármán 型つり合い式とを用いた, Case C1 が最も簡単で, ほとんど正しい結果を与える。一方, 引張の場合の荷重-たわみ曲線を図-4に示す。この場合は Kármán 型のつり合い式を用いれば, ひずみ-変位関係式としては線形関係を用いても, 十分精度のよい解が得られる。また, 図-5は荷重と有効幅の関係を示したものであるが, 準線形理論の解は, 基本の非線形理論の解とほぼ一致している。

詳細な計算結果とその考察については講演会当日に述べる。

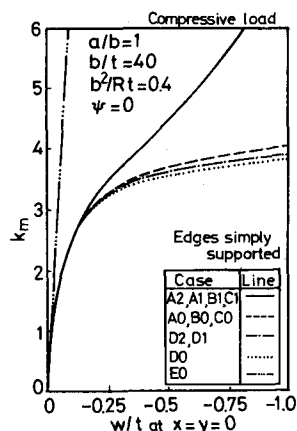


図-3

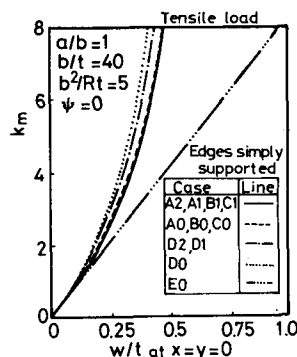


図-4

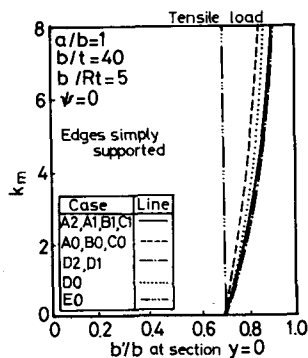


図-5

- 1) K. Washizu: Variational Methods in Elasticity and Plasticity, 2nd ed. Pergamon Press, 1975
- 2) 三上・米沢・森沢: 曲りばりの円筒フランジの非線形解析, 土木学会年次学術講演会, I-112, 1976-10.
- 3) 森沢・三上・米沢: 腹板の拘束を考慮した曲り梁円筒フランジの非線形挙動, 土木学会年次学術講演会, I-52, 1978-9.
- 4) 三上・森沢・福富: 円筒方向内面引張力を受ける曲りばり円筒フランジの非線形挙動, 第29回応用力学連合講演会論文初録集, A-41, 1979-11.
- 5) 三上・福富・米沢: 曲り梁の圧縮および引張円筒フランジの非線形挙動, 土木学会関西支部年次学術講演会, 1980-6.
- 6) 三上・森沢・米沢: 曲りばり円筒フランジの挙動における非線形性, 土木学会年次学術講演会, I-101, 1977-10.
- 7) W. Flügge: Stresses in Shells, 2nd ed., Springer-Verlag, 1973.