

京都大学 正員 丹羽義次

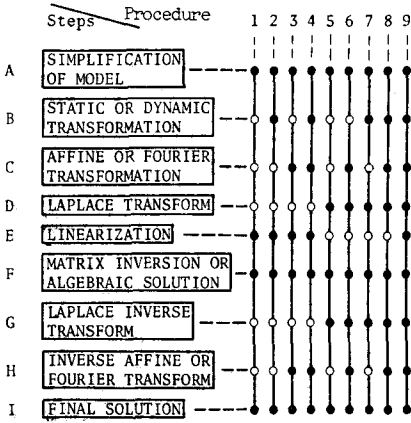
京都大学 正員 ○渡辺英一

関西電力 正員 景山 学

大成建設 正員 立石 章

1. はじめに

非線形問題の数値解析においては様々の非線形剛性行列の作成・組み立て、および *global* な剛性行列の逆行列演算などを多数回行う必要がある。筆者らはこれまでこの点について低次元化あるいは効率化のための研究を続けてきた^{1), 2)}。その概略は図-1によって与えられる。黒丸が該当する Step である。この Step としては A ~ H まだが考えられ、Procedure としては 1 ~ 9 が考えられる。現在まで手掛けた研究としては以下に述べるとおりである。概略的に説明する。図-1 低次元化のステップとプロシージャ



(i) 弾塑性・微小変位問題 この種の問題では塑性化領域を簡素に表現するため、まずモデルの簡易化が有効である (Proc. 1)。構成関係では増分法を用いるのであるが塑性化した要素の剛性行列成分を局所的に置換するのみであるので *Affine* 変換を適切に行えば非常に効果がある (Proc. 3)。ただし、その際用いる変換行列としては適正なものを選択しなければ歪んだ変換、あるいは不平等な *filter* をかけた変換となる危険性があるので十分注意せねばならない。

(ii) 弾性・大変形問題 現在まで *Lagrangian Formulation* による棒材・板・補剛板・浅いシエルの解析を試みてきた。材料非線形問題と著しく異なる点は多くの非線形剛性行列成分を作成・組み立てなければならないこと、これが (i) と比較して *global* な影

響を及ぼし、多数回更新されねばならないことであり、力学モデルの簡易化は非常に重要である (Proc. 1)。また、線形問題では非常に高い精度をもつ *shape funct.* も幾何学的非線形問題では必ずしも有効ではなく、むしろできるだけ簡単なものが良いと筆者らは考えている。この問題は Proc. 1 ~ 4 によって処理するのが適当であり、後述のように誤差の伝播を解消する手法を用いるのが有効である。

(iii) 弾塑性・大変形問題 この問題は (i) と (ii) の複合問題であり、前述の困難な事項はすべて受け継がれている。棒・板について解析したか、面内・面外の組み合わせ応力による塑性化を考える際、実際的にはサンプリング構造とするなどの簡易化をすることが便利である。Procedure は 1 ~ 4 を用いる。

(iv) 線形粘弾性問題 いうまでもなく、材料の力学的性質が時間依存性を持っている。ただ現在までのところ FEM モデルを適用しているが、関係行列は比較的、いや、はるかに簡単である。時間領域については *Laplace* 変換を用いるのが都合良いと思われるが、その際 *Affine* 変換などの低次元化は非常に有効であり、Proc. 5 よりも Proc. 6 ~ 8 を用いる方がはるかに効率的であることが判る。数値 *Laplace* 逆変換の方法・精度がその際非常に重要であるが、極限值定理を適用し、かつ最小自乗法の応用する手法を考えてみた。充分満足すべき結果が得られたものと思う。非定常粘弾性問題については直接 *Laplace* 変換が利用できないが、Proc. 9 の開発を考えている。以下前述の諸問題について具体的な研究結果及び報告を行いたい。

2. 弾性大変形問題³⁾

図-1 の Step A として SEM (Simplified Element Method) を用いる。これは板要素の場合曲げには剛で面内変形・ねじり変形は許容する要素と曲げバネにより表わされるモデルである。Step C には適当な固有値解析の際得られる Modal Matrix もしくは Fourier 係数が使用され

た。また、静的不安定挙動解析においては荷重モードを一定とする荷重制御方式と変位を境界で規定してゆく変位制御方式の2つを様々なケースについて比較検討した。SEMの精度であるが解析解が存在する問題を解くことによりと立証した。図-2は変位制御方式による平板の面内圧縮問題の解析であるが、8×8等分割で8巻の解析解とほぼ一致した答を与えている。

(* Journal of Applied Mechanics, Vol. 26, 1959)
PP. 407-414

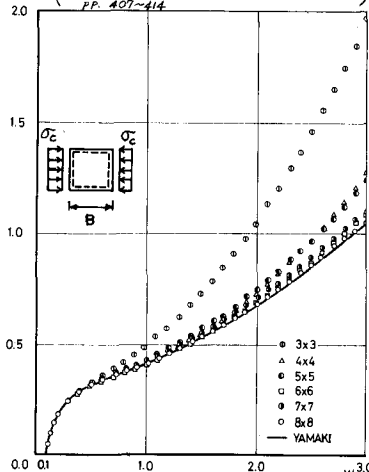


図-2 正方形板の面内圧縮(変位制御方式)
荷重-面内変位(中央)関係

なお、誤差の伝播を避減するため自己修正型移動法を用いたことを付記する。

各Stepによる効果を要約すると以下のとおりである。StepA: FEMのACMモデルによる解析と比較して幾何学的非線形剛性行列の要素数は大幅に減少し、例えば板要素の場合、腹力に対応する二次非線形剛性項 $K_{ij,kl}$ の要素数はACMなら20,736個のところSEMなら256個で済む。図-2のような場合の効率化具合は表-1のように与えられる。

表-1 Procedure 1, 2, 4 における計算時間

分割	Procedure 1				Procedure 2				Procedure 4			
	N	A	B	N/A (S)	N	A	B	N/A (S)	N	A	B	N/A (S)
3×3	31	34	20	58.8	4	14	1	7.1	4	13	1	7.7
4×4	53	125	90	72.0	9	40	1	2.5	4	37	1	2.7
5×5	81	374	304	81.3	16	363	13	5.5	4	93	1	1.1
6×6	115	973	850	87.4	25	236	13	5.5	4	213	1	0.47
7×7	155	3050	2848	93.4	36	315	34	6.6	4	474	1	0.21
8×8	201	6521	6197	93.0	49	1068	80	7.5	4	973	1	0.10

(注) N: 非線形剛性行列の自由度
A: 非線形解析 1 step 当りの計算時間 単位 m sec
B: 非線形剛性行列の逆行列演算時間 単位 msec
全結果は荷重制御方式による。ただし()内は変位制御方式

3. 弾塑性・大変形問題⁴⁾

分布荷重を受ける梁、中心圧縮柱、面内外荷重を受ける平板を考えた。図-3は例として面内せん断を受ける板の塑性化の進行を5×5分割のSEM解析によって示したものである。変位制御方式を採用した。(単純支持板)

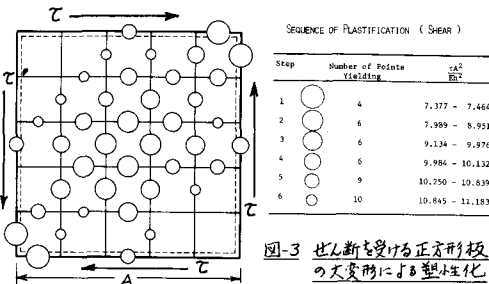


図-3 せん断を受ける正方形板
の大変形による塑性化

演算時間については、SEMを用いて Procedure 3, 4 を比較したところ表-1とほぼ同様な結果を得たが、FEMでは事実上計算が不可能といえる程のCPU timeが必要。

4. 線形粘弾性解析⁵⁾

ここでは対応原理を適用し、FEMモデルによる定式化を行い、Laplace 変換後の像空間でのつり合い式を求めて Affine 変換を行うことにより低次元化した。数値Laplace 逆変換の手法として像空間における弾性定数の変化域に着目し、この域での10 数個の点を定め、極限値定理を利用して、関数形仮定と最小自乗法の適用を行った。効率化の程度は表-2で示されるとおりである。

F.E.M. 表-2(a) FEMのみを適用した場合

分割	剛性行列 の要素数	演算時間 (msec)	逆行列演算 時間(msec)	逆行列演算 時間割合 (%)
2x2	19	429	76	17.72
4x4	59	2908	1866	64.17
6x6	123	21970	19581	89.13
8x8	211	106566	101933	95.65

ただし、計算時間は全ステップの合計である。低次元化の効果は著しいことが判る。

分割	剛性行列 の要素数	演算時間 (msec)	逆行列演算 時間(msec)	逆行列演算 時間割合 (%)	FEMの 演算時間比
4x4	36	1097	5	0.46	37.72
6x6	36	2690	5	0.19	12.24
8x8	36	5664	5	0.09	5.32

表-2(b)
FEM-Affine
変換を施し
た場合

なお、詳細は講演時に発表する。

5. 参考文献

- 1) 丹羽・渡辺: 弾塑性有限変位解析におけるガウス法への応用について、土木学会年報 I-95, 1977.
- 2) 丹羽・渡辺・豊山・立石: 構造解析における低次元化(非線形問題への応用)応用力学連合会論文抄録集, 1978, pp. 371~372.
- 3) 立石・丹羽・渡辺: 静的不安定挙動の解析における効率化に関する研究土木学会関西支部年報, I-30, 1980.
- 4) 豊山・丹羽・渡辺: 幾何学的非線形性の影響を考慮した材料非線形問題の効率化に関する研究, 土木学会関西支部年報, I-42, 1980.
- 5) 和泉・丹羽・渡辺: 構造物に粘弾性解析における効率化について土木学会関西支部年報 I-11, 1980.