

岩手大学工学部 正員 宮本 裕
北海道大学工学部 正員 渡辺 昇

1. まえがき 連続合成桁の応力解析について、これまでに著者等は、剛性マトリックスを用いた変形法による乾燥収縮応力と支点下降応力を計算したものを発表してきた。本報告は、連続合成桁のPC鋼材によるプレストレスのクリープ応力解析をし、それを考坂の実用式による応力法の解と比較検討し、理論の妥当性を確かめたものである。

2. 解析の理論 $t_1 = 28$ 日に、図-1に示すようなPC鋼材により合成桁にプレストレスを与えれば、図-2のような N_0 -図および M_0 -図がえられる。この場合プレストレスカPによるモーメント $M_{p1} = P \times e$ が合成桁に作用すると考える。ここで e は合成断面の重心軸からのプレストレスカPの偏心距離である。

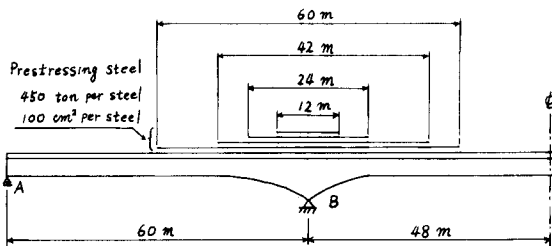


図-1

不静定モーメント M_{p2} は、台形分布曲げモーメントを受ける桁の剛性マトリックス式(5)により、変形法で求める。ただし式(5)において $M_{st} = M_{p1}$ とし、荷重項の分母も I_s の代りに I_v とする。結局プレストレスカPによるモーメント M_p は $M_p = M_{p1} + M_{p2} = M_0$ となる。以上のようにして求められた M_0 と N_0 から、各断面への配分量は式(1)のようになる。なお、ここまでの計算にはPC鋼材を含まない場合の断面値を用いる。

$$\left. \begin{aligned} M_{c0} &= \frac{I_c}{n I_v} M_0, & M_{s0} &= \frac{I_s}{I_v} M_0 \\ N_{c0} &= \frac{\alpha_s}{\alpha} N_0 - \frac{A_s \alpha_s}{I_v} M_0, \\ N_{s0} &= \frac{\alpha_s}{\alpha} N_0 + \frac{A_s \alpha_s}{I_v} M_0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

以下の計算においてはPC鋼材を

含む断面力を用いなければならない。配分されたこれらの断面力は、コンクリートのクリープにより M_{ct} , N_{ct} , M_{st} , N_{st} だけ変化するが、変断面連続合成桁では外力モーメント M_0 の値

も時間的に変化するため、断面力の変化量は M_0 が一定の場合と M_0 の変化により生ずる量との和になる。

$$M_{st} = M_{st}^0 + M_{stt}, \quad N_{ct} = N_{ct}^0 + N_{ctt} = -N_{st}, \quad M_{ct} = M_{ct}^0 + M_{ctt} \quad (2)$$

ここで M_{st}^0 , N_{ct}^0 , M_{ct}^0 は、それぞれ以下の式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} M_{st}^0 &= -N_{c0} \alpha \{1 - e^{-\alpha \varphi(t, t_1)}\}, & N_{ct}^0 &= -N_{st}^0 = -N_{c0} \{1 - e^{-\alpha \varphi(t, t_1)}\} \\ M_{ct}^0 &= -M_{c0} \{1 - e^{-\varphi(t, t_1)}\} + \frac{I_c}{n I_s} \alpha N_{c0} \frac{\alpha}{1 - \alpha} \{e^{-\varphi(t, t_1)} - e^{-\alpha \varphi(t, t_1)}\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

また M_{stt} , N_{ctt} , M_{ctt} は応力法では以下のように仕事の方程式から求めている。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} X_{sit} + \delta_{12} X_{s2t} + \delta_{1t} &= 0 \\ \delta_{21} X_{sit} + \delta_{22} X_{s2t} + \delta_{2t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4) \quad \text{ここで } \delta_{ij} = \int \frac{M_i M_j}{E_s I_s} dx, \quad \delta_{it} = \int \frac{M_i M_{st}^0}{E_s I_s} dx$$

$$\text{したがって, } M_{stt} = \sum_{i=1}^2 \bar{M}_i X_{sit} = \sum_{i=1}^2 \left[B_j \int \frac{M_j}{E_s I_s} (-N_{c0}) \alpha \{1 - e^{-\alpha \varphi(t, t_1)}\} dx \right],$$

$$N_{ctt} = -N_{stt} = \frac{A_c \alpha}{n I_s} \sum_{j=1}^2 \left[B_j \int \frac{M_j}{E_s I_s} (-N_{c0}) \alpha \frac{\alpha}{1 - \alpha} \{e^{-\alpha \varphi(t, t_1)} - e^{-\alpha \varphi(t, t_1)}\} dx \right],$$

$$M_{cxt} = \frac{I_c}{\pi I_s} \sum_{j=1}^2 \left[B_j \int_{E_s I_s}^{\infty} (-N_{co}) \alpha \frac{\alpha}{1-\alpha} \{ e^{-\alpha \varphi(x, \tau_1)} - e^{-\alpha \varphi(x, \tau_1)} \} dx \right]$$
 ここで、 $B_j = -\frac{1}{|D|} \sum_{i=1}^2 A_{ji} \bar{M}_i$ であり、 $|D|$ は X_{st} を求める仕事方
 程式の係数を要素とする行列式であり、 A_{ji} はこの行列式の j 行
 i 列要素 δ_{ji} の余因数である。また、 $\alpha = 1 / \{ 1 + \frac{A_c}{\pi A_s} (1 + \frac{A_s \alpha^2}{I_s}) \}$
 および $\alpha = 1 / (1 + \frac{A_c}{\pi A_s})$ である。

これに対して、変形法では以下のようにして M_{stt} , N_{ctt} , M_{cxt}
 を計算することができる。

台形分布曲げモーメントを受ける桁の剛性マトリックスは以下の
 ようになる。

$$\begin{Bmatrix} Q_v(0)/E_s I_v \\ M_v(0)/E_s I_v \\ Q_v(l)/E_s I_v \\ M_v(l)/E_s I_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 12/l^3 & -6/l^2 & -12/l^3 & -6/l^2 \\ & 4/l & 6/l^2 & 2/l \\ \text{sym.} & & 12/l^3 & 6/l^2 \\ & & & 4/l \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} y(0) \\ y'(0) \\ y(l) \\ y'(l) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{ M_{st}^*(1) - M_{st}^*(2) \} / (E_s I_s \cdot l) \\ -M_{st}^*(1) / (E_s I_s) \\ \{ M_{st}^*(2) - M_{st}^*(1) \} / (E_s I_s \cdot l) \\ M_{st}^*(2) / (E_s I_s) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

剛性マトリックス法により求められた M_v から、 $M_{stt} = M_v (I_s / I_v)$

で M_{stt} を計算することができる。 N_{ctt} を求めるには、式(5)にお
 いて M_{st}^* の代りに $\bar{N}_{ct}^*$ を代入して剛性マトリックス法により M_v を計
 算する。すなわち $\bar{N}_{ct}^* = -N_{co} \alpha \frac{\alpha}{1-\alpha} \{ e^{-\alpha \varphi(x, \tau_1)} - e^{-\alpha \varphi(x, \tau_1)} \}$

そして $N_{ctt} = \frac{A_c \alpha}{\pi I_s} \bar{N}_{ct}^* (M_v \frac{I_s}{I_v})$ より求める。

同様に M_{cxt} は、式(5)において M_{st}^* の代りに $\bar{M}_{ct}^*$ を代入して剛性マトリックス法により M_v を計算する。

すなわち $\bar{M}_{ct}^* = \alpha N_{co} \frac{\alpha}{1-\alpha} \{ e^{-\alpha \varphi(x, \tau_1)} - e^{-\alpha \varphi(x, \tau_1)} \}$ として $M_{cxt} = \frac{I_c}{\pi I_s} (M_v \frac{I_s}{I_v})$ より求める。

3. 計算例

図-1 のような桁について、この変形法と彦坂の方法により、それぞれ M_{st} , N_{ct} , M_{ct} を求める。さらに、鋼
 桁下縁の応力 σ_{s1} 、鋼桁上縁の応力 σ_{s2} 、版上縁の応力 σ_{c2} を次の式より求める。

$$\sigma_{s1} = \frac{N_{st}}{A_s} + \frac{M_{st}}{I_s} y_1, \quad \sigma_{s2} = \frac{N_{st}}{A_s} - \frac{M_{st}}{I_s} y_2, \quad \sigma_{c2} = \frac{N_{ct}}{A_c} - \frac{M_{ct}}{I_c} \frac{h_c}{2}$$

以上の結果を表に示せば表-1 のようになる。

変形法は応力法と比較して、連続桁などの種
 々の境界条件があつかえ、変断面の場合も計
 算が迅速、正確となる。本解析法はこの変形
 法の特徴を生かしている。

本研究の一部は福島県山田義氏が岩手大学
 卒業研究として行ったものである。なお北
 大、東北大、東大の大型計算機センターと岩
 大土木科 OKITAC 50/10 を利用した。

参考文献

- 1) 彦坂：変断面連続合成桁のクリープおよび収縮応力解析法，土木学会論文報告集，才199号
- 2) 渡辺，宮本，小嶋：剛性マトリックスによる連続合成桁の乾燥収縮および温度差応力解析，橋梁と基礎 Vol.12 No.6
- 3) 彦坂，渡辺，宮本：剛性マトリックスによる変断面連続合成桁の乾燥収縮応力解析，才34回講演概要集
- 4) 宮本：変断面連続合成桁の支点下降応力解析，東北支部技術研究発表会講演概要（昭和55年3月）

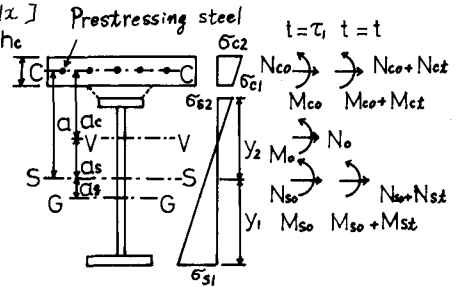


図-3

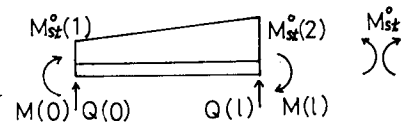


図-4

表-1

(kg/cm²)

		変形法			彦坂		
		初期 応力 (t=tau_1)	クリープ 応力 (t=infinity)	最終値 (t=infinity)	初期 応力 (t=tau_1)	最終値 (t=infinity)	最終値 (t=infinity)
点 3	sigma_s1	-188	-124	-312	-188	-316	
	sigma_s2	-192	-199	-391	-192	-395	
	sigma_c2	-31.2	12.6	-18.6	-31.2	-18.2	
点 7	sigma_s1	20.2	54.0	74.2	20	76	81
	sigma_s2	-869	-882.7	-1752	-869	-1748	-1749
	sigma_c2	-150	70.3	-79.5	-150	-80.2	-80.3
点 13	sigma_s1	-290	-222	-512	-290	-515	
	sigma_s2	90	327	417	90	412	
	sigma_c2	22.9	7.6	30.5	22.9	30.8	