I -32　分布荷重幅変化によるI一型断面部材の弾性座屈について

北海学園大学　工学部　正　員　高　橋　義　裕
北海道大学　　工学部　正　員　能　町　純　雄
北海道大学　　工学部　正　員　角　田　与史雄

1．まえがき　一様応力状態での矩形平板の座屈に関しては，広範な実験的及び理論的研究が行なはれており，工学的に有用な結果が多く得られている。また周辺単純支持平板の片側上縁に直接荷重が載荷された場合の弾性座屈の研究としては，Zetlin[1], White[2], Rockey[3], Khan[4] らの研究を挙げることができる。しかし，フランジを有する断面部材の上縁に部分分布荷重が作用する場合には，座屈前応力分布が二次元的に変化し，解析が非常に繁雑となるため座屈前応力分布に仮定を設け解析している。本論文では，有限帯板法を用い部分分布荷重を上縁に受けるI一型断面部材の弾性座屈について二次元応力分布を忠実に求め解析しようとしたものである。

2．解析方法　図-1に示すI-型断面部材の上フランジに荷重幅c，荷重強度q なる分布荷重が作用している場合を考える。解析に有限帯板法を用いるためI一型断面部材を構成する平板要素を幅方向に分割する。図2 で示される分割された1 つの帯板において座屈前応力分布{ σ_x^* , σ_y^*, τ_{xy}^* }が作用し，境界断面力{ T , S , Q , M }とでつり合っており対応する境界変位を{ u , v , w , θ }とするとき，帯板要素の全ポテンシャルエネルギーπは次のようになる。

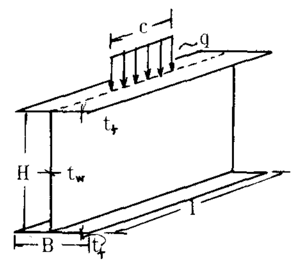

図-1

$$\pi=\frac{1}{2}D\int_0^l\int_0^b\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2-2(1-\nu)\left\{\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2\right\}\right]dxdy$$
$$-\frac{1}{2}N\int_0^l\int_0^b\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+2\nu\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{1}{2}(1-\nu)\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right\}dxdy$$
$$-\frac{1}{2}t\int_0^l\int_0^b\sigma_x^*\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right\}dxdy$$
$$-\frac{1}{2}t\int_0^l\int_0^b\sigma_y^*\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right\}dxdy$$
$$-t\int_0^l\int_0^b\tau_{xy}^*\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right\}dxdy$$
$$-\int_0^l\{(T_{r,r+1}u_r+S_{r,r+1}v_r+Q_{r,r+1}w_r+M_{r,r+1}\theta_r)$$
$$+(T_{r+1,r}u_{r+1}+S_{r+1,r}v_{r+1}+Q_{r+1,r}w_{r+1}+M_{r+1,r}\theta_{r+1})\}dx\text{ ----(1)}$$

ここで$D=\dfrac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$，$N=\dfrac{Et}{1-\nu^2}$ である。次に帯板要素の面内変位と座屈前応力分布を短辺方向に関し1 次式に，面外変位に関しては，3 次多項式に仮定し，ポテンシャルエネルギー停留の原理より各境界断面力の式がx に関しての微分を含む形で与えられる。いま軸方向両端単純支持と仮定し，有限フーリエ変換を旋すことにより，それぞれのフーリエ係数で与えられる帯板要素の要素剛性方程式が次のように得られる。

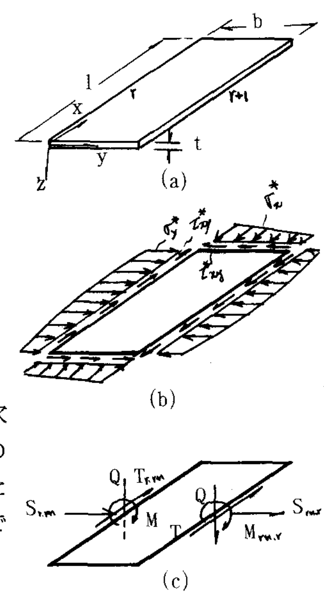

図-2

$$\{f\}=[K]\{\delta\}-\lambda[K^G]\{\delta\}\text{ ---(2)}$$

ここで{ f }：要素節線外力ベクトル，[K]：要素剛性マトリックス，{ δ }：要素節線変位ベクトル，[K^G]：要素安定係数マトリックス，λ：座屈荷重強度を与える指標である。
従って通常の重ね合せにより系全体の剛性方程が得られ，$|[K]-\lambda[K^G]|=0$ の固有方程式を得，λ はその固有値として求まり，座屈変形モードはその固有ベクトルとして求まる。

3．数値計算　　図-3で示される断面諸元に対し，l ＝H とし，$H／t_w$，$B／H$，$t_f／t_w$，$c／H$をパラメーターにとり数値計算を行なった。分割数は，フランジ部を2 分割，ウエブ部を8 分割とした。また部分分布荷重が作用しているため軸方向の波数は，5 波まで考慮した。座屈係数k は

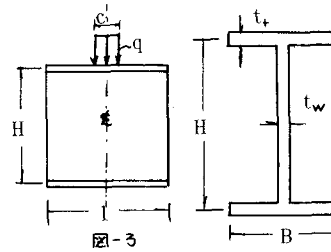

図-3

$$P_{cr}=(qc)_{cr}=k\frac{D_w\pi^2}{H},\ D_w=\frac{Et_w^3}{12(1-\nu^2)}\quad \text{-----}\ (3)$$

の表現式で整理した。

図-4は，$B／H＝1／2$, $H／t_w＝50$とし，$t_f／t_w$と$c／H$をパラメーターにとり，横軸に$c／H$，縦軸に座屈係数k をとりプロットしたものである。荷重幅が狭くなるに従い小さな荷重で座屈することが分かる。これは荷重幅が狭くなるに従い曲げ応力よりも直応力の影響が大きいためと思われる。

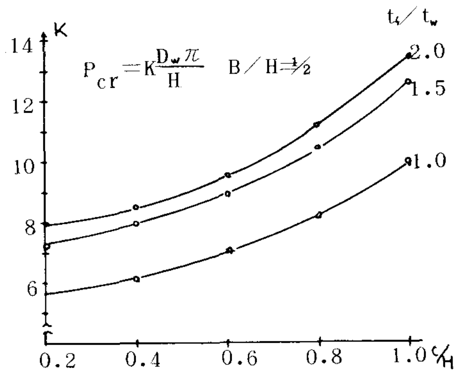

図-4

図-5は，$B／H＝1／2$，$H／t_w＝50$, $t_f／t_w＝1.0$, $c／H＝0.2$としたときの座屈変形モードの一例を示したもので，ウエブの局部座屈であることが分かる。Huber-von Mises-Henky によれば，σ_x，σ_y，τ_{xy} が同時に作用するときの降伏条件式は

$$\sigma=\sqrt{\sigma_x^2-\sigma_x\sigma_y+\sigma_y^2+3\tau_{xy}^2}\quad \text{----}\ (4)$$

で示される応力σ が降伏応力σ_Y に達したときに降伏状態になるとしている。図-6 は，求められた座屈係数より座屈荷重強度P_{cr} を求め，P_{cr} より生ずる応力分布を求め (4) 式に代入し，計算されたσ 即ちσ_{cr} とσ_Y (今の場合σ_Y ＝3200 kg/cm² とした) との比$\sigma_{cr}／\sigma_Y$ を縦軸に，$c／H$ を横軸にとり各$H／t_w$ の値に対しプロットしたものである。縦軸の1.0 を越える領域は，弾塑性状態で座屈，あるいは終局状態となる領域である。$H／t_w$ がある程度大きくなるとすべて弾性域で座屈している。

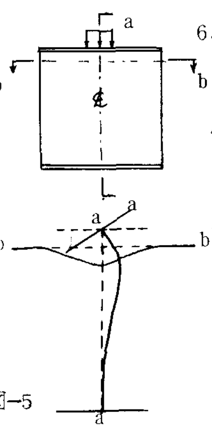

図-5

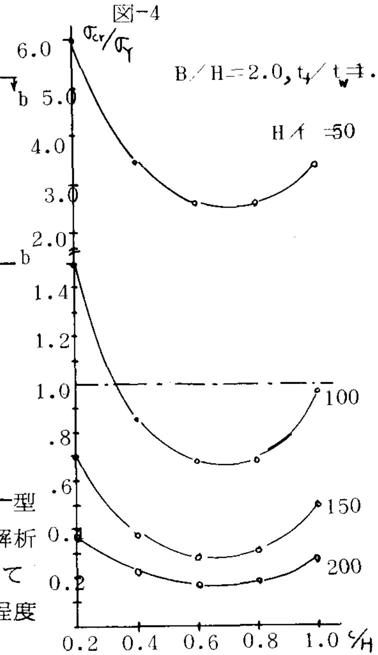

図-6

4．あとがき　　二次元応力の全成分を座屈前応力分布とする帯板要素の要素剛性方程式を設定し，両端単純支持I-型断面部材の上縁に部分分布荷重が作用した場合の弾性座屈について解析を行なった。結果を要約すると次のようになる：1) 同一断面においては，荷重幅が狭くなると小さな荷重で座屈する。2) $H／t_w$ がある程度大きくなるとすべて弾性域で座屈する。

数値計算は，北海道大学大型計算センターのHITAC M-180を使用した。

(参考文献) 1) Zetlin,L.：Elastic Instability of Flat Plates Subjected to Partial Edge Loads,Pros. of ASCE,Vol.81,Paper No.795,pp.795-1~795-24,1955
2) White,R.N. and Cottingham,W.S.：Stability of Partial Edge Loadings,Pros. of ASCE, No. EM5, pp.67~85, Oct.,1962
3) Rockey,K.C. and Bagchi,D.K.：Buckling of Plate Girder Webs Under Patial Edge Loadings, Int.J.Mech.Sci.,Vol.12,pp.61~76,1970
4) Khan,M.Z.,Johns,K.C. and Hayman,B.：Buckling of Plates with Partially Loaded Edges,Pros. of ASCE,No.ST3,pp.543～558,Mar.1977