I-30 連成熱弾性平板の熱衝撃応答

金沢工業大学 正員 ○甘利裕二
金沢工業大学 正員 谷本勉之助

緒言

近年，エネルギ備蓄のため大型 LNG タンクの建設が望まれている（図1）。*) 液化天然ガス（LNG）は約 -160°C に冷却され，タンク内に注入される．この時，タンクの底板と側壁は急激な温度変化を受け，振動が誘起されるであろう．このような物理現象は解析的には慣性力および熱エネルギと力学的エネルギの内部変換（すなわち，温度とひずみの連成効果）を考慮した連成熱弾性問題である．通常よく行なわれている静的熱弾性解析は前述の2つの影響を無視している．温度場と運動の変化がきわめて緩やかな準定常状態では前述の熱力学的連成項は一般に小さな値となるであろうが，時間的変化の激しい熱衝撃状態では熱力学的連成は十分に重要な因子たりうるであろう．この種の研究・報告としては，例えば参考文献 [2-3, 5-9]**) などがあげられる．温度とひずみの熱力学的連成を考慮した連成熱弾性理論に基いて弾性体の熱衝撃応答を解析し，その振動特性と応力・温度分布の変化を明らかにしようというのが本報の狙いである．

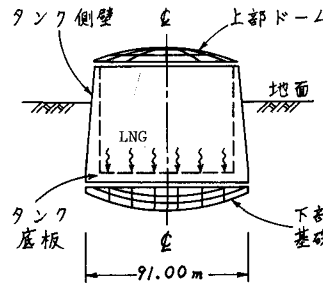


図 1.—大型 LNG タンク

熱衝撃を受ける熱弾性平板

今，議論を簡単にするために厚さ H の 1 次元弾性体（弾性平板）を考え，t を時間，x を弾性平板の上面 O からの距離とし，さらに無次元座標 $\rho = x/H$ を導入する（図2）．弾性平板内の任意点 ρ の物理状態は 4 つの物理量（変位 $u(\rho,t)$，一様初期絶対温度 T_0 からの温度変化 $\Theta(\rho,t)$，応力 $\sigma(\rho,t)$，そして熱流 $q(\rho,t)$）によって表現され，その力学的挙動と温度場は次の連立偏微分方程式（運動方程式と連成熱伝導方程式）に支配される：

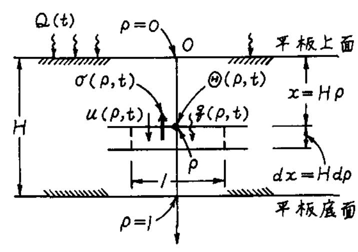


図 2.—単層熱弾性平板

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\lambda+2\mu}{H^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\rho^2}-\gamma\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}, & -\dfrac{(3\lambda+2\mu)\alpha}{H}\dfrac{\partial}{\partial\rho} \\ -\dfrac{(3\lambda+2\mu)\alpha T_0}{H}\dfrac{\partial^2}{\partial\rho\partial t}, & \dfrac{k}{H^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\rho^2}-\gamma c_E\dfrac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u \\ \Theta \end{bmatrix}_{(\rho,t)}+\begin{bmatrix} \mathfrak{F} \\ \Omega \end{bmatrix}_{(\rho,t)}=0, \quad (1)$$

あるいはマトリクス表示して，

$$\Delta\,\mathbb{U}(\rho,t)+\mathfrak{F}(\rho,t)=0, \quad (2)$$

ここで，λ および μ は Lamé 定数，γ は質量密度，α は線膨張係数，k は熱伝導係数，c_E は比熱，$\mathfrak{F}(\rho,t)$ は物体力，そして $\Omega(\rho,t)$ は熱源の分布強さである．

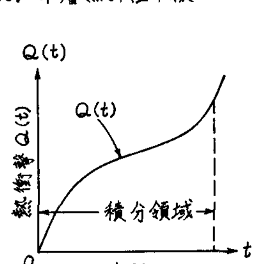
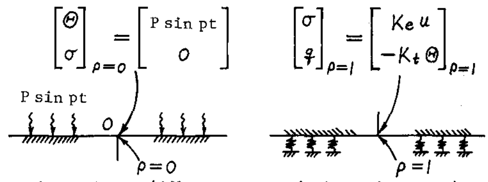


図 3.—任意の熱衝撃関数

解法は複素固有関数法を用い，熱衝撃 $Q(t)$ は境界条件として取り入れることにする．したがって，今の場合外力項は $\mathfrak{F}(\rho,t)=0$ として差しつかえない．また，熱衝撃関数 $Q(t)$ は Fourier 正弦級数で展開することを想定して，$Q(t)=P\sin pt$ である

*) 資料提供・協力　飛島建設株式会社技術本部，東京，丸紋南．
**) [ ] 内の番号は本報末の参考文献番号を示している．

としても一般性を損わない（図3）．変位ベクトル $\mathbb{U}(\rho,t)$ は特解 $\mathbb{U}^h(\rho,t)$ と補解 $\mathbb{U}^p(\rho,t)$ の和として与えられる．特解 $\mathbb{U}^h(\rho,t)$ は時間項 $e^{-\omega t}$ を持ち，微分方程式 $\Delta\mathbb{U}^h(\rho,t)=0$ を満す解である．ここで，固有振動数（固有値）ω は一般に複素数である．一方，補解 $\mathbb{U}^p(\rho,t)$ は熱衝撃の関数形から2つの時間項（$\cos pt$，$\sin pt$）を持ち，微分方程式 $\Delta\mathbb{U}^p(\rho,t)=0$ を満す解として設置される．すなわち，補解 $\mathbb{U}^p(\rho,t)$ は熱衝撃関数 $P\sin pt$ に1対1に対応している．



(a) 上部衝撃面　(b) 下部弾性床

図4.—熱弾性平板の境界条件

境界条件および初期条件は例えば次のように設定される：弾性体は最初弾性係数 Ke および表面熱伝導係数 Kt の弾性床に支えられながら一様温度分布の静止状態にあるが，時刻 $t=0$ の瞬間には応力から自由であった弾性平板上面に熱衝撃が加えられる（図4）．この境界条件は特解と補解に対してそれぞれ次のように取り扱われる：

$$\begin{bmatrix}\Theta\\ \sigma\end{bmatrix}^h_{\rho=0}=0,\quad \begin{bmatrix}\sigma\\ q\end{bmatrix}^h_{\rho=1}=\begin{bmatrix}K_e u\\ -K_t\Theta\end{bmatrix}^h_{\rho=1}, \tag{3}$$

$$\begin{bmatrix}\Theta\\ \sigma\end{bmatrix}^p_{\rho=0}=\begin{bmatrix}P\sin pt\\ 0\end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix}\sigma\\ q\end{bmatrix}^p_{\rho=1}=\begin{bmatrix}K_e u\\ -K_t\Theta\end{bmatrix}^p_{\rho=1}. \tag{4}$$

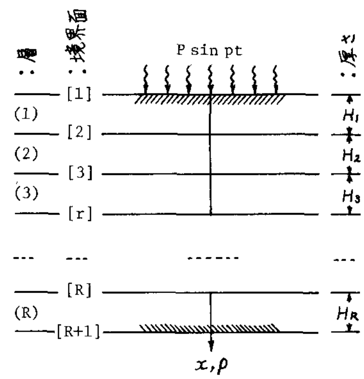


図5.—多層熱弾性平板

(3)式からは固有振動数 ω_n (n = 1,2,3, . . .) が得られ（固有値問題），(4)式からは熱衝撃に1対1に対応した解が獲得される（境界値問題）．また，(3)式から解かれた固有ベクトルの自由度は初期条件から消去される（初期値問題）．

結言

本解析手法は複素固有関数法の熱衝撃応答への応用である．本手法の拡張と実用面への応用という観点から多層状熱弾性平板（図5）にも目を向けている．なお，数値結果は現在検当中であり，当日発表の予定である．

参考文献

1. Boley, B. A., and Weiner, J. H., Theory of Thermal Stresses, J. Wiley & Sons, Inc., New York, N. Y., 1960, Articles 1.12-14, Chap. 2, and Chaps. 5-8.
2. 台丸谷政志・内藤正鄰, "熱衝撃を受ける半無限体の過渡的挙動の解析," 日本機械学会論文集（第1部），39巻318号，1973年2月，pp. 516－525.
3. 台丸谷政志・石川博将, "熱弾性波伝ぱの解析," 日本機械学会論文集（第1部），39巻328号，1973年12月，pp. 3543－3553.
4. Parkus, H., Thermoelasticity, Blaisdell Publishing Co., U. S. A., 1968, Chaps. 5-6.
5. Shieh, R. C., "Dynamic Instability of a Cantilever Column Subjected to a Follower Force Including Thermo-mechanical Coupling Effect," J. APPLIED MECHANICS, Vol. 38, Trans. ASME, New York, N. Y., Vol. 93, Dec., 1971, pp. 839-846.
6. Shieh, R.C., "Thermoelastic Vibration and Damping for Circular Timoshenko Beams," J. APPLIED MECHANICS, Trans. ASME, New York, N. Y., June, 1975, pp. 405-410.
7. Zener, C., "Internal Friction in Solids, I. Theory of Internal Friction in Reeds," PHYSICAL REV., Vol. 52, Aug. 1, 1937.
8. Zener, C., "Internal Friction in Solids, II. General Theory of Thermoelastic Internal Friction," PHYSICAL REV., Vol. 53, Jan. 1,1938, pp. 90-99.
9. Zener, C., "Internal Friction in Solids, III. Experimental Deformation of Thermoelastic Internal Friction," PHYSICAL REV., Vol. 53, Jan. 1, 1938, pp. 100-101.