

大阪大学 学生員 ○西牧 世博  
 大阪大学 正 員 小松 定夫  
 川崎重工業(株) 正 員 長井 正嗣

## 1. まえがき

我々が取り扱う薄肉構造物では、板厚が異なる部材が平面的かつ立体的に組み合わせられた形状を有している。本文では境界要素法をこの様な構造物に適用する手法を示し、かつ数値計算例の紹介を行う。また、境界要素としては計算効率の面も考慮して境界力学量を高次関数近似したものをを用いることを基本として議論を進める。ここで述べる手法は、単に薄肉構造物のみでなく、物性値の異なる物体の集合体にも拡張しうるし、内部領域に比して境界長の大なる細長い構造物においては帯状マトリックスが得られる。

## 2. 基礎理論

(1) 平面構造——Fig. 1に示すように、物体をいくつかの領域 $\Omega_j$  ( $j=1, 2, \dots$ )に分割して解析する。ここで、 $\Gamma_j$  ( $j=1, 2, \dots$ )は側面、 $\Gamma_{i,j}$  ( $j=1, 2, \dots$ )は領域間接合線を意味する。

個々の領域に対して、次の様なつりあい式が成立する。<sup>1)</sup>

$$AU = BP \quad (1)$$

さて、 $\Gamma_j$ 上では変位あるいは応力のいずれかが未知量として取り扱われるのに対し、接合線 $\Gamma_{i,j}$ 上では変位および応力のいずれも未知量となる。その際には、接合線上の節点から隣接する2つの領域に対して方程式が得られ、マトリックスは正方となる。次に、接合線上での変位の適合および力のつりあい条件は以下の様にとえられる。

$$\left. \begin{aligned} U_i^j &= U_i^{j+1} \\ t^j P_i^j + t^{j+1} P_i^{j+1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (j=1, 2, \dots) \quad (2, a, b)$$

ここで、 $t^j$  ( $j=1, 2, \dots$ )は各領域ごの板厚を表わす。

各領域で、方程式(1)を接合線およびそれ以外の部分に分解し、(2)式の条件を考慮すれば、最終的に以下の様な弾性方程式を得る。

$$\left[ \begin{array}{ccc} A_0^1 A_{i,1}^1 & -B_{i,1}^1 & \\ A_{i,1}^2 t_1^2 B_{i,1}^2 & A A_{i,2}^2 & -B_{i,2}^2 \\ A_{i,2}^3 t_2^3 B_{i,2}^3 & A^3 A_{i,3}^3 & -B_{i,3}^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} U_0^1 \\ U_{i,1}^1 \\ P_{i,1}^1 \\ U_0^2 \\ U_{i,2}^2 \\ P_{i,2}^2 \\ \vdots \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{ccc} B_0^1 & & \\ & B_0^2 & \\ & & B_0^3 \\ & & & \ddots \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} P_0^1 \\ P_0^2 \\ P_0^3 \\ \vdots \end{array} \right\} \quad (3)$$

ここで、 $A_0, B_0$ は接合しない節点に関するマトリックスで、 $A_i, B_i$ は接合線上の節点に関するマトリックスを意味し、肩付き数字は領域番号を意味する。

Fig. 2に示す接合線 $\Gamma_{i,j}$ と側面 $\Gamma_j$ が交差する節点に支点が存在する場合には、変位を未知量である応力におきかえて、所定の列マトリックスにたしこむのはよい。

(2) 薄肉立体構造——Fig.3に示す立体構造物の解析を考える。接合線での節点未知量は変位  $u, v, w$  およびせん断応力  $R_x$  の4コとなる。1つの境界節点Aに関して隣接する2つの領域について方程式が得られ、マトリックスは正方となる。次に、接合線上での変位の適合および力のつりあい条件は、

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_2, \quad v_1 = v_2, \quad w_1 = w_2 \\ t_1 p_{x,1} + t_2 p_{x,2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4, a, b)$$

となり、マトリックスは以下の様な形となる。

$$\begin{array}{c} \text{未知量} \\ \text{領域 } \Omega_1 \\ \text{領域 } \Omega_2 \end{array} \begin{bmatrix} u & v & w & p_{x,1} \\ \cdots & a'_{u,v} & a'_{v,w} & 0 & b'_{x,1} \\ \cdots & a''_{u,v} & 0 & a''_{v,w} & b''_{x,2} \\ \cdots & a''_{u,v} & 0 & a''_{v,w} & b''_{x,2} \end{bmatrix} = f \text{ (外力節点ベクトル)} \quad (5)$$

ここで、 $a, b$  は未知量に対応する列ベクトルを意味する。

次に、Fig.4 a)に示す支点对しては、 $v, w$  に関する列ベクトルを  $\sigma_y, \sigma_z$  (境界応力) に関する列ベクトルで置き換えること。

また、Fig.4 b)に示す支点では、

$$t_1 p_{x,1} + t_2 p_{x,2} = R_x \quad (6)$$

なる条件が成立する。この条件を組み込むと(5)式は以下の様になる。

$$\begin{array}{c} R_x \\ v & w & p_{x,1} \end{array} \begin{bmatrix} \cdots & 0 & a'_{v,w} & 0 & b'_{x,1} \\ \cdots & b''_{x,1} & 0 & a''_{v,w} & b''_{x,2} \\ \cdots & b''_{x,1} & 0 & a''_{v,w} & b''_{x,2} \end{bmatrix} = f \quad (7)$$

### 3. 数値計算例

Fig.5に示す板の解析例を示す。Fig.6は境界要素法モデルで、

この場合 (64×64) のマトリックスを解くことになる。Table.1にFEM解(231節点)との比較を示すが、ほぼ良い一致を示していることがわかる。立体モデル等については、当日発表させていただく予定である。

参考文献 1) 長井, 小松, 西牧: 境界要素法による2次元連続体の解析手

法に関する研究 第35回土木学会年次学術集 土木学会 発表集

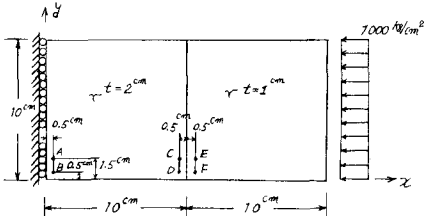


Fig.5 計算モデル

Table.1 FEM解との比較

|   | $\sigma_x$          | $\sigma_y$       | $\tau_{xy}$      |
|---|---------------------|------------------|------------------|
| A | -500.8<br>(-501.1)  | -1.1<br>(-0.7)   | 0.6<br>(0.4)     |
| B | -501.6<br>(-501.6)  | -0.6<br>(-0.8)   | 0.7<br>(0.2)     |
| C | -503.6<br>(-495.8)  | 42.4<br>(38.0)   | -11.9<br>(-16.4) |
| D | -511.8<br>(-514.3)  | 25.0<br>(25.8)   | -13.9<br>(-11.4) |
| E | -999.1<br>(-1002.8) | -76.4<br>(-83.1) | -30.6<br>(-33.1) |
| F | -1004.9<br>(-998.7) | -85.2<br>(-86.5) | -32.0<br>(-31.4) |

単位:  $\text{kg/cm}^2$

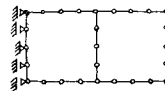


Fig.6 境界要素分割

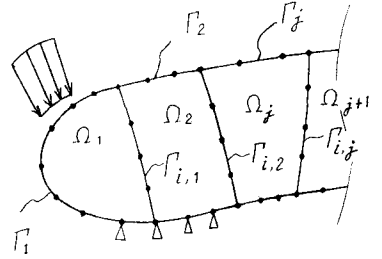


Fig.1 分割された物体

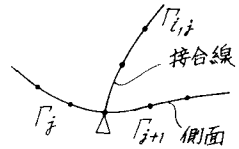


Fig.2 接合線と側面の交点に存在する支点

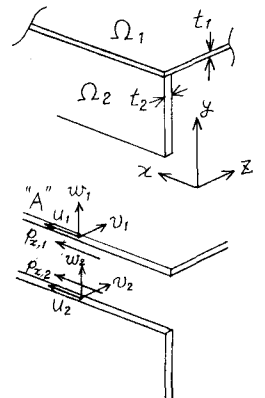


Fig.3 薄肉立体構造

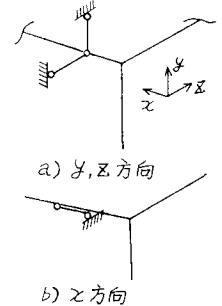


Fig.4 接合線上の支点