

信州大学工学部 正員 ○三井 康司

信州大学工学部 正員 草間 孝志

1. まえがき

弾性-粘弾性対応原理は線形粘弾性問題の解析法としては有力な方法であり、通常の弾性解法を利用すると同形状、同境界条件をもつ線形粘弾性問題のラプラス像空間の解が求まる。この解より数値逆変換法によれば原空間での物理量を得ることができる。近年境界要素法が工学の分野に幅広く利用され始めているが1)、2)、粘弾性解析に適用したものは少ないようである3)。筆者らは、先に、選点法による数値ラプラス逆変換法の改良と、選点法による逆変換を精度よく行うための変換パラメーターの選択について報告した4)。本研究は、文献4)で提案した数値ラプラス逆変換法を、種々な利点を有する境界要素法の線形粘弾性解析へ応用して、その適用を発展させようとしたものである。

2. 解析手順の概略

弾性連続体に対する境界要素法の定式化は文献1)に詳細に述べられている。本報告では境界上の応力、変位を未知物理量とする直接法の定式化に従い、対応原理を用いて線形粘弾性体を解析する手順の概略のみを記述する。

いま多重連結領域を含む境界Sで囲まれた二次元連続体Rが等方弾性体とし、物体力を無視すると、

Somiglianaの恒等式といわれる式(1)が

成立する1)。ここに u_i 、 g_i は変位、応力成分であり、 $x \in R$ 、 $y \in S$ である。また

U_{ij} 、 T_{ij} は連続体の支配方程式を満足する基礎解であり、ケルビン解を用いると、平面ひずみ状態では式(2)のようになる。

ここにE、 ν は弾性係数、ポアソン比、

δ_{ij} はクロネッカーの δ であり、 n_j は外

向き法線ベクトル、 $r = |x - y|$ 、 $(,)$ は

偏微分を示す。式(1)は境界上のすべての

u_i 、 g_i が既知となるとR内の任意点の u_i が

計算でき、応力も求まることを示している。

また境界上の変位に対しては式(3)が成

立する。ここに $x, y \in S$ である。

ここで境界SをN要素に分割して、要素

区間内では u_i 、 g_i を一定とし、さらにラ

プラス像空間での値に(一)をつけ、弾性

-粘弾性対応原理を用いると式(4)となる。

式(4)は任意のラプラス変数を与えるこ

とにより、ラプラス像空間での $\bar{u}_i$ 、 $\bar{g}_i$ に

関する連立方程式となる。

境界上の点における時間依存性の解、

u_i 、 g_i を式(5)の形で表わすと、過渡応

答成分 $f(t)$ は近似的に式(6)のように

ディリクレ級数で表わされ、すべての点の $\{f(t)\}$

$f(t)$ がディリクレ級数で表わされる場合には、ラプラス像空間の解から γ の分布を求め、変換パラメ

ーターにその卓越する近傍の値 γ_k を用いることにより、精度のよい逆変換が可能と考えられ、式(8)を用い

て γ の分布を求める。

$$u_i(x) = \int_S U_{ij}(x, y) g_j(y) dS_y - \int_S T_{ij}(x, y) u_j(y) dS_y \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{ij}(x, y) &= \frac{(1+\nu)}{4\pi E(1-\nu)} \left\{ (3-4\nu) \delta_{ij} \text{Log}(1/r) + r_{ij} r_{,i} \right\} \\ T_{ij}(x, y) &= \frac{1}{4\pi E(1-\nu)} \left\{ (1-2\nu) \left[n_i(y) r_{,j} - n_j(y) r_{,i} \right] \right. \\ &\quad \left. + \left\{ (1-2\nu) \delta_{ij} + 2r_{ij} r_{,i} \right\} n_s(y) r_{,s} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$(1/2) u_i(x) + \int_S T_{ij}(x, y) u_j(y) dS_y = \int_S U_{ij}(x, y) g_j(y) dS_y \quad (3)$$

$$\bar{u}_i(x) + 2 \sum_{k=1}^N \left\{ \bar{u}_{j,k}(y) \int_S \bar{G}_{ij}(x, y) dS_y - \bar{g}_{j,k}(y) \int_S \bar{U}_{ij}(x, y) dS_y \right\} = 0 \quad (4)$$

$$y(t) = a_1 + a_2 t + f(t) \quad (5)$$

$$f(t) = \sum_{k=1}^n B_k \exp(-\gamma_k t) \quad (6)$$

$$\left\{ f(t) \right\} = \left[\bar{f}(\gamma) \right] \left[b \right]^* \left\{ \exp(-\gamma t) \right\} \quad (7)$$

$$H(\gamma) = \frac{1}{6\beta} \left[4 \frac{ds\bar{f}(s)}{d(Lns)} - 5 \frac{d^3 s\bar{f}(s)}{d(Lns)^3} + \frac{d^5 s\bar{f}(s)}{d(Lns)^5} \right] \Big|_{s=\gamma} \quad (8)$$

3. 数値計算例と考察

(1) 粘弾性地盤内の掘削:

掘削前における自重による地盤内の初期応力状態を弾性問題とし、掘削による解放応力と等価な逆向きの応力をステップ荷重にして、三要素固体としての粘弾性解析を行った。図-1は境界要素分割を示し、図-2は変位の大きいと思われる点での垂直変位に対する $\gamma \sim H(\gamma)$ 図であり、 $\gamma = 1.0$ に注目して12個の γ

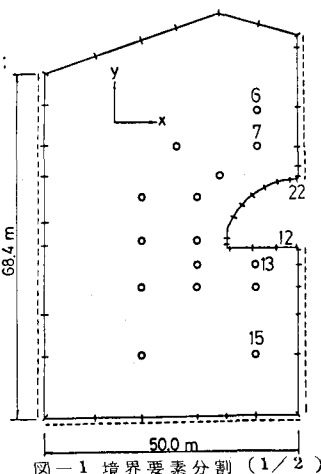


図-1 境界要素分割 (1/2)

を用いて逆変換を行った。図-3の●は計算結果である。なお○は図-4の分割による有限要素計算値であり、両者はほぼ一致しているが、境界要素法ではF.E.M.の半分以下の節点数、要素数で十分であることがわかる。なお計算時間は同程度であった。

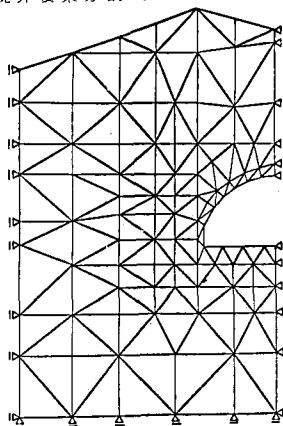


図-4 有限要素分割

(2) 円開口部を有する粘弾性無限

平板: $t=0$ で内圧を受ける粘弾性無限体の挙動を解析する。境界要素法では開口部のみの要素分割で足り、その計算ディテールを表-1に、計算結果を図-5に示す。F.E.M.と比較すると計算機容量は約1/5以下、計算時間も約半分で済み、かなり経済的であることがわかる。なお用いた粘弾性モデルはケルビン固体であり、数値逆変換には5個のラプラス変数を使用した。

粘弾性解析に境界要素法を使用すれば、有限要素法などと違って、境界のみの離散化で済むので、計算機使用上の経済性はかなり高い。また文献4)で提案された数値ラプラス逆変換法の境界要素法への適用も十分可能であることがわかった。

なお本解析手法は有限要素法と併用することにより、たとえば“構造物と土との相互作用問題”などに効果的に適用できると思われ、今後の課題としたい。

参考文献

- 1) Banerjee, P. K. and R. Butterfield (ed.): Development in Boundary Element Methods-1, Applied Science Publishers LTD, 1979.
- 2) 小林・西村: 積分方程式法による表面クラック周辺の応力解析、土木学会論文報告集、第288号、pp. 57~65、1979.
- 3) Rizzo, F. G. and D. J. Shippy: An application of the correspondence principle of linear visco elastic theory, SIAM J. Applied Mathematics, Vol. 21, No. 2, pp 321 ~ 330, 1977.
- 4) 草間・三井・吉田: 数値ラプラス逆変換法による線形粘弾性解析、土木学会論文報告集、第292号、pp. 41~52、1979.

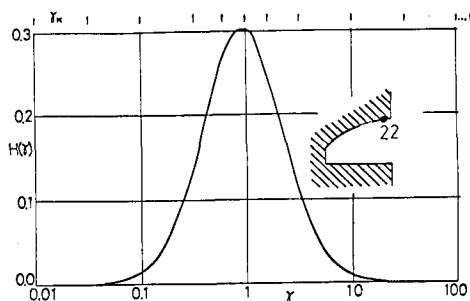


図-2 $\gamma \sim H(\gamma)$ 関係

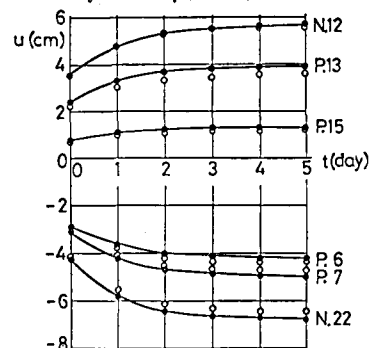


図-3 垂直変位の経時変化

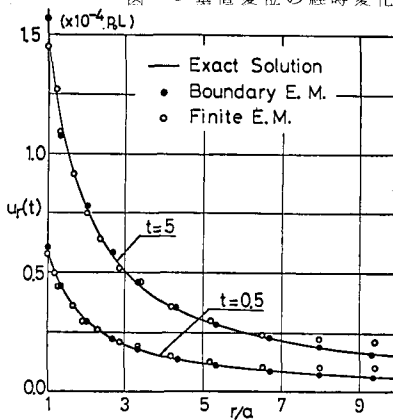


図-5 半径方向変位 (a: 開口部半径)

表-1 円開口部を有する粘弾性無限平板

	B.E.M.	F.E.M.	(B.E.M.)/(F.E.M.)
Node	24	105	0.23
Element	24	172	0.13
Time	64.8s	127.9s	0.51

(HITAC 8800/8700)