

岡山大学工学部 正員 ○谷口健男
 京都大学工学部 正員 白石成人
 大阪市 正員 殿本 卓

1. まえがき

今日の土木構造物は、十分に吟味された様々な構造要素を組み立てることによって作られることより、複雑かつ巨大なシステムを構成し、従ってそのシステムの中に含まれる各々の構造要素のシステム全体に対する影響度、あるいは重要度の把握は非常に困難なものとなっている。しかしながら、例えば設計変更、系の補剛・補強、あるいは比較設計等において一つの系の中の各構造要素の重要度、あるいは異なる2つの系の比較法の確立が望まれ、これにより始めて、合理的・経済的な設計が可能となると考えられる。

本研究の目的は、異なる系の比較、あるいは一つの系の中に存在する各構造要素の系全体に対する影響度を判定する手法の提案にある。ここで提案する手法は、物理量を用いる、系の示すグラフの有する位相幾何学量の一つであるトリー数¹⁾を判定の尺度とするものである。従って、いかなる構造系であっても、それがマトリックス表現されたならば、この手法は適用可能となる。トリー数以外の位相幾何学量で離散系の構造特性を探ろうとしたものとして、白石¹⁾、谷口・白石²⁾の研究が挙げられる。それらは、最小帯幅、最小フル・インモ尺度に用いており、系全体、あるいは系相互の比較に対して有効である。ここで提案する手法は、これら以外に各構造要素の重要度評価も可能なものである。なお本研究においては簡単のため対象系と母系に限定する。

2. 重要度評価法

離散化により得られた数値解析モデル、あるいは骨組構造物においては、力学量の伝達は系の力学特性を示す例えは剛性行列の中の非零要素の示す節点間を通じて行なわれ、特に骨組系においてはそれは構造部材を通じて行なわれる。従って離散化された系、あるいは骨組系は一つの力の伝達機構(ネットワーク)を構成する。任意の点へのinput(荷重)により、他の全ての節点にこのネットワークを通じて力学量が伝達されることになり、従ってネットワークの有する総伝達経路数は、このシステムの有する1特性であり、グラフ理論的には、それは、スパニング・トリーの数となる。スパニング・トリー(ST)とは、系に含まれる全部点を結みつけるトリーグラフのことである。一般的に云、この数(ST)が多いことは、それだけ力の伝達経路数、すなわち力のバイパス数が多いことを示すことより、より安全なシステムであると考えられ、従って、系の重要度比較の手段としてSTを用いることができよう。一方、一つの系に含まれる各構造要素の重要度は、その構造要素が系の有する全ての力のバイパスのうち、どの程度に関与しているかを知ることにより評価することが出来る。すなわち、各構造要素を除いた時、STがどの程度減少するかによって評価できる。

どのように構造系を一つの力の伝達機構としてみた時、STが系、もしくはその中の部材の重要度評価の尺度として用いることが可能であることが要請されたが、これに対する一つの応答は電気回路理論³⁾より与えられる。電気回路網で与えられる節点アドミッタンス行列(構造解析における剛性行列に該当)の逆行列の(i, j)要素を Δ_{ij} で示せば、

$$\Sigma_{ij} = \Delta_{ij} / \Delta \quad (1)$$

ここで Δ_{ij} 、 Δ は γ の余因子、行列式をそれぞれ示し、それらは下式で与えられる。

$$\Delta_{ij} = (-1)^{i+j} \det(A_{-i} D_y A_{-j}^t), \quad \Delta = \det(AD_y \cdot A^t) \quad (2), (3)$$

ここでAはネットワークの節点接続行列、 D_y はネットワークの各枝のアドミッタンスよりなる対角行列、 A_{-i} 、 A_{-j}^t はAよりi行、j列をそれぞれ除いた行列、そしてtは転置を示す。(2),(3)式に付しベネ・コシの定理を適用すれば、それらは(4),(5)式となる。

$$\Delta_{ij} = \Sigma (2 - T_{ij}) \times \text{枝のアドミッタンスの積} \quad (4)$$

$$\Delta = \sum (トリーを構成する枝アドミタンスの積)$$

(5)

(4), (5)両式を(1)式に代入することにより、

$$\sum_{ij} = \frac{\sum_{\text{all 2-tree}} 2-T_{ij,r} \text{ products}}{\sum_{\text{all tree}} \text{Tree products}}$$

(6)

ここで $2-T_{ij,r}$ とは節点 i, j は一つの、そして節点 r はもう一つの分断グラフに属し、この二つのグラフがそれらを以てトリーグラフを構成していることを意味する。以上の結果は回路網に対するものであるが、構造解析においても、もし力の伝達経路のみに注目するのであれば、対象はグラフでよく、従って上記結果はそのまゝの形で成り立つ。グラフの中のトリー数が増加すれば、 $2-T$ の数も増加するが、一般的に云々、前項の増加は、後者のそれに比して大きいと考えようからこゝより、系のトリー数が多ければ多い程剛構造的であるといふ。

3. 適用例 および結果に対する考察

図-1, 2, 3 はトラス, アーチ, 斜張橋に対し適用した結果を示す。 G_T はトリー総数、また図1, 3中に示される数値はその部材が加減時ににおける $|ST|$ 増加率を、図-2の数値は部材除去時の $|ST|$ を示す。図-1より、①. 同点・線数を有するワレン, ハウ, プラット形式は同じ G_T を有す。②. 上・下弦材は鉛直材, 斜材より重要。③. スパン中央部より支点近傍の部材が重要。④. ダブルレベル形式では、前者と全く異なり、上・下弦, 鉛直, 斜材は全て同等であり、スパン中央部の部材の方が支点近傍より重要。⑤. プラット形式とホルムモアトラスを比較すれば、後者は点・線数の増加により、 G_T は多くなるが、両形式に対し断面一定, 同荷重を与えれば、同じたわみしか発生しない。これは $2-T$ の影響と考へられる。図2のケーブルとケーブルセールの比較より、矢印の方向に従って部材の重要度が減少し、両形式において部材の重要度は全く逆であることがわかる。図3は斜張橋のハーブ, ラジアル両形比較である。同じケーブル数において前者はより多くの G_T を有す、これは点・線数が多いためである。ケーブルに關しては外倒がより重要である。

4. まとめ

ここで提案した部材重要度評価法は上記の例でもわかるように一定の評価を与えることができる。これにより、同一系内の部材評価は一応可能と思われる。特に系が橋梁に対しては容易であるが、塔構造のような系に対してスパンニングトリーを必要とするかは問題である。さらに、 $2-T$ の影響を考慮した評価法の確立が望まれる。これを導出してはじめて具体的な物理的意味を付けられることになることとなり、ここで提案した方法は、重要度の一つの目安を与えるものしかないと云ふ。

参考文献 1). 白石成人, '鋼構造の補綴設計法の理論と実際', 第1章, 土木学会関西支部テキスト, 1979. 2). 白石谷, 第26回構造工学セミナー, 1980. 3). 飯田, 服部・小沢, 'グラフ理論解説', 昭晃堂

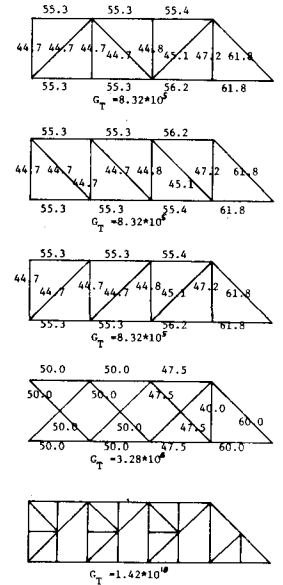


図-1. トラス構造

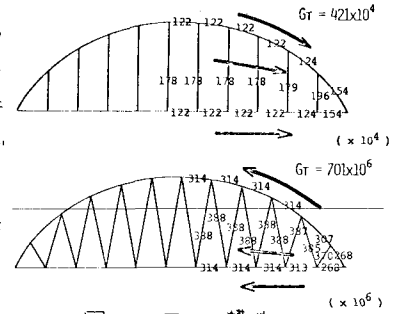


図-2. アーチ構造

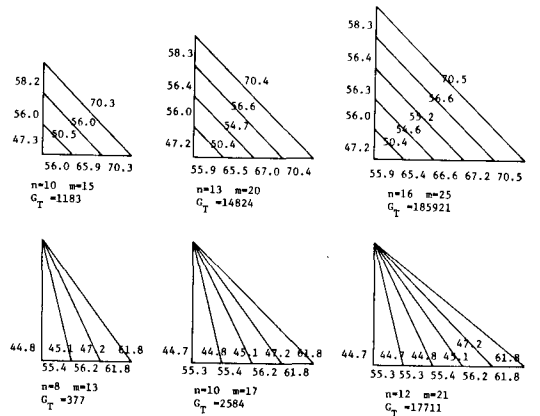


図-3. 斜張橋