

名高速道路公社
名古屋工業大学

正員 ○ 飯田亨朗
正員 長谷部宣男

まえがき

面外曲げを受ける薄板の隅角部付近の曲げモーメントは一般に次式のように表わされる。

$$M = \frac{k_r}{\sqrt{2}} r^{m_1} + k_{r_2} r^{m_2} + k_{r_3} r^{m_3} + \dots \quad (1)$$

ここで r は隅角部底からの距離であり、 m_j ($j=1, 2, 3, \dots$) は特性方程式 $(\nu-1) \times (m+1) \times \sin 2\alpha + (3+\nu) \times \sin[2(m+1) \cdot \alpha] = 0$ の解である。 ν はポアソン比、 2α は隅角部領域側角である。特に 2α が 180° より大きい場合、式-(1)の指数 m_1 の値は絶対値が 1 より小さい負の値である。これより $r \rightarrow 0$ の時、曲げモーメントは無限に大きな値となる。クラックはこの特別の場合と考えられ ($2\alpha = 360^\circ, m_1 = -0.5$)、この k_r が線形破壊力学における応力拡大係数である。任意の角度の隅角部においてはこの k_r が隅角部の強さを表す 1 つのパラメーターとなり得る。

又、隅角部底に丸みのある場合の隅角部底の応力集中値はその曲率半径を用いて次式のように表わされる。

$$M_{\max} = k_p r^{m_1} + k_{p_2} r^{m_2} + k_{p_3} r^{m_3} + \dots \quad (2)$$

ここで r は隅角部底の曲率半径である。 m_j ($j=1, 2, 3, \dots$) は式-(1)と同じ値である。ここでは任意の角度に対するこれら k_r, k_p 値とその比 k_r/k_p の値を求めるものである。この比の値はまだ求められていないようである。この比の値が求めれば任意の角度に対する k_r 値が応力集中の式から求められる。クラックにおいてはこの比の値は周知の値であり、これよりいくつかの境界条件のもとでの応力拡大係数が応力集中係数から求められている。

本報告ではこれらの事項を考察するため図-1 のような矩形孔を有する無限薄板を用い、一様面外曲げの境界条件のもとに矩形孔の角度 β を変化させて応力解析を行う。そしてこの解析より式-(1), (2) の k_r, k_p 値を求め、その比の値を求める。

解析方法

応力解析は複素応力関数を用い、物理領域を単位円に写像して行った。特にこの写像関数が有理関数の時は閉じた解が得られる。応力解析の方法については省略する。

クラックにおいては式-(1)の k_r 、即ち応力拡大係数は指数 m_1 の値が -0.5 であることから応力関数が求めれば極限操作によって解析的に求めることができる。しかし任意の角度においては指数 m_1 の値が無理数であるため解析的に求め

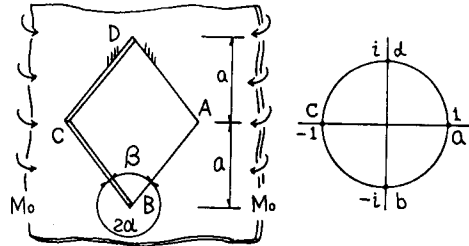


図-1 解析領域と単位円

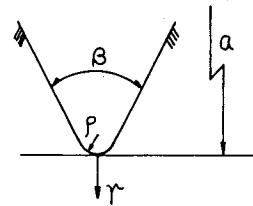


図-2 隅角部底近傍概略図

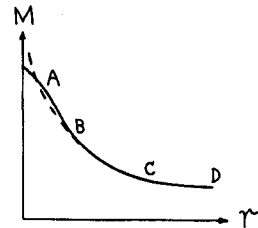


図-3 丸みを有する隅角部付近曲げモーメント分布概略図

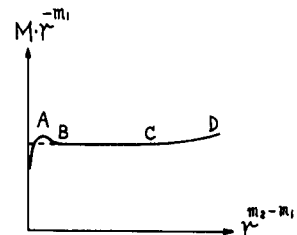


図-4 $M \cdot r^{-m_1}$ の関係概略図

るのは難しいようである。よってここでは以下の方法で式-(1)の k_r 値を求めた。

有理写像関数を用いていることから図-1のB点における隅角部底は完全な角点ではなく、図-2に示すように若干の丸みがついてくる。この結果、隅角部底での曲げモーメント値は無限大とならず有限値となる。隅角部底付近の曲げモーメント分布の概略を示すと、図-3の実線のようになる。これに対し図-1のB点における隅角部底が完全な角点の場合の曲げモーメント分布は図-3の破線のようになる。次に式-(1)を r^{m_1} で除した次式を考える。

$$M \cdot r = \frac{k_r}{\sqrt{2}} + k_{r_2} r^{m_2-m_1} + k_{r_3} r^{m_3-m_1} + \dots \quad (3)$$

前述の有理写像関数によって解析した曲げモーメント値を用いて式-(3)の関係を示す。縦軸に $M \cdot r^{m_1}$ を、横軸に $r^{m_2-m_1}$ をと、て図示すると各角度に対して図-4の実線のような図が得られる。ここで図-3のA B C D部分が図-4のA B C D部分に対応する。図-3の破線で表わされる曲げモーメント値を用いて式-(3)の関係を示すと図-4の破線のようにになると考えられる。従って求めたい $k_r/\sqrt{2}$ の値は図-4のB C D部分を延長した縦軸との交点の値として求められる。つまり図-4のB C D部分の適当な r と $M \cdot r^{m_1}$ の値を用い、式-(3)の右辺の数項を用い連立方程式を解いて k_r 値は求められる。本報告で用いた写像関数による解析では各角度について図-4のB C部分は水平になった。すなわちこの部分では r の影響は無視できる。つまりこの値が式-(3)の第1項の値を意味する。矩形孔の角度 β の $0^\circ \sim 180^\circ$ に対するポアッソン比 $\nu = 0.25$ の時の k_r 値を図-5に示す。

次に式-(2)の k_p 値は有理写像関数の表わす曲率半径 ρ と応力解析より求められた曲げモーメント値を用い式-(2)の右辺の数項を用い、連立方程式を解いて求められる。本報告で用いた写像関数の表わす曲率半径 ρ は十分小さい値であるので式-(2)の第1項より k_p 値を求めた。矩形孔の角度 β の $0^\circ \sim 180^\circ$ に対するポアッソン比 $\nu = 0.25$ の時の k_p 値を図-5に示す。

以上より求めた k_r 値と k_p 値の関係を次式のようにおく。

$$k_r = C \cdot \frac{3+\nu}{1+\nu} \cdot k_p \quad (4)$$

矩形孔の角度 β の $0^\circ \sim 180^\circ$ に対するポアッソン比 $\nu = 0.0, 0.25, 0.5$ の時のC値を図-6に示す。クラックの場合はポアッソン比によらずC値は周知の値0.5である。

あとがき

k_r, k_p 値は荷重条件、形状等によって決まる値であるがC値は角度、ポアッソン比が同じならば荷重条件、形状によらない値と考えられる。

従って任意の角度に対する応力集中の式がわかれば k_r 値は k_p 値より求められる。逆に k_r 値が既知ならば k_p 値を求めることができる。

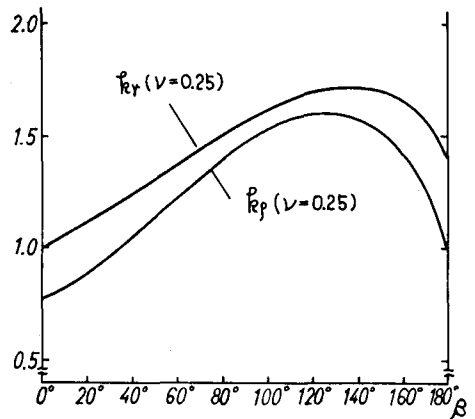


図-5 各角度における k_r, k_p 値

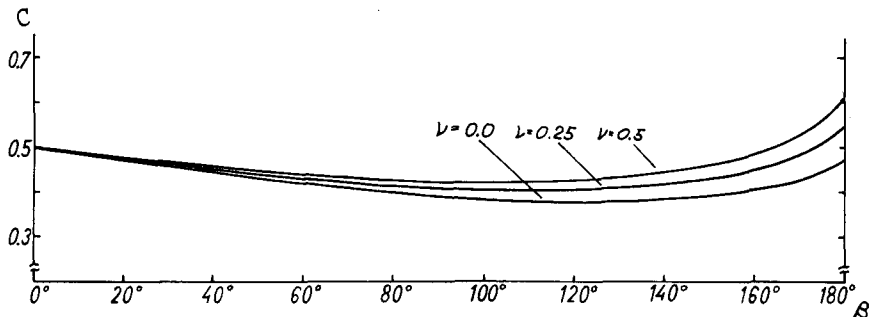


図-6 各角度におけるC値