

中部電力 正員 三浦雅彦
名工太 正員 長谷部宣男

まえがき 変位拘束を受ける帯板を引張った時、片側の変位拘束端からクラックが発生した状態の応力解析と行なう。これは埋め込まれた弾性梁の片側の埋込み端からクラックが発生した場合、あるいは、非常に剛な部材で弾性梁が補強された時、その補強部と非補強部との接合部の片側からクラックが発生した場合等のモデルである。この問題は、境界上で変位が与えられる部分と外力が与えられる部分とから成る混合境界値問題として解かれる。解法には有理写像関数と複素応力関数とを用いて、円内在形で数理解析的に解かれる。クラック発生前後の応力状態、クラック先端における応力拡大係数の値がクラック長さと帯板の比、いくつかのポアソン比に対して求められる。

解法 解法の詳細は文献[1]にゆずり、ここでは結果式のみを示す。図-1に示す物理領域と単位円内に写像する写像関数と次式の形に作る。

$$z = \omega(\zeta) = \frac{m}{\zeta} \frac{E_k}{\zeta_k - \zeta} + \text{Const.} \quad (1)$$

この式(1)を用いたとき、求められるべき複素応力関数の一般形は次式で表わされる。

$$\phi(\zeta) = -\chi(\zeta) \sum_{k=1}^n \frac{\bar{A}_k B_k}{\chi(\zeta_k)(\zeta_k - \zeta)} + H(\zeta) \quad (2)$$

ここで $\chi(\zeta)$ はPlemelj関数で $(\zeta - \alpha)^m (\zeta - \beta)^{1-m}$, $m = 0.5 - i(\log \kappa)/2\pi$, $B_k = E_k / \sqrt{\omega(\zeta_k)}$, ζ_k は S_k の単位円内に関する鏡映点, $\bar{A}_k$ は未定定数, κ はポアソン比とすると, $\kappa = 3 - 4\nu$ (平面ひずみ), $\kappa = (3 - 4\nu) / (1 + \nu)$ (平面応力)である。また $H(\zeta)$ は境界条件によって決まる関数。図-1においてD-E部分でx方向, y方向の変位成分 $u = v = 0$, A点でx軸に平行な集中荷重Pが作用したとき, 関数 $H(\zeta)$ は、積分形で与えられるが、この積分は難い。しかしその一次導関数は次式で与えられる[2]。

$$H'(\zeta) = \frac{P}{2\pi(i+\zeta)} (i+\alpha)^{1-m} (i+\beta)^m (\zeta-\alpha)^{m-1} (\zeta-\beta)^{-m} \quad (3)$$

一方もう一つの複素応力関数は、外力境界上での解析接続の原理を用いて次式で表わされる。

$$\psi(\zeta) = -\phi\left(\frac{1}{\zeta}\right) - \bar{\omega}\left(\frac{1}{\zeta}\right) \cdot \frac{\phi(\zeta)}{\omega(\zeta)} \quad (4)$$

$\phi(\zeta)$ の1次導関数、および $\psi(\zeta)$ がわかれば応力成分は計算される。

解析結果 図-2にクラック発生前の応力分布を $\kappa = 1, 3$ に対して示す。固定辺近傍において著しい応力集中が起こっており、 $\kappa = 1$ と $\kappa = 3$ の場合とではかなりの違いが見られる。特に $x < 0$ の領域での応力状態は κ に大きく支配される。図-3に $b/\omega = 0.4$ のクラック長さに対する応力分布を $\kappa = 3$ に対して示す。固定端D, Fおよびクラック先端Cの近傍においてそれぞれ応力集中現象が見られる。図-4にクラック長さと次で定義される応力拡大係数との関係と $\kappa = 1, 2, 3$ について示す。

$$F_1 + iF_2 = (K_I + iK_{II})(\omega - 2b)^{1/2} / [\pi(\omega + 2b)P] \quad (5)$$

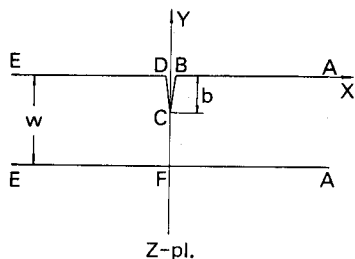


図-1 Z平面と単位円

図-4の1点鎖線は、片側にクラックを有する変位拘束のない帯板を両端で引張った状態での応力拡大係数を式(5)で無次元化した F_I 値である。対称性から $F_{II}=0$ である。これはパラメータ β を1に近づけることにより固定辺が遠方へ移動した場合の状態として得られる。これは Benthem [3], Gross [4] らの

結果と比較して最大0.6%程度の誤差でよく一致している。図-4において、モードIでは、 $\kappa=1$ で b/w が大きくなると F_I も大きくなるが、 $\kappa=2, 3$ では b/w が大きくなると F_I は次第に小さくなる。 b/w が1に近づくとき F_I は κ による影響がなくなり0.310~0.314内で一定値に近づく。変位拘束の有無による影響は、クラックの短い場合に大きい。モードIIでも b/w が小さいとき F_{II} は κ による影響が大きい。 b/w が0.2より大きくなると F_{II} は

次第に小さくなり、 b/w が0.3~0.5で符号が正から負にかわる。 b/w が1に近づくとき F_I と同じく F_{II} に対する κ の影響はなくなり、-0.048~-0.049内で一定値に近づく。クラックが非常に短い場合の応力拡大係数については、計算した値にばらつきが生じた。これはクラックが非常に短くなると、写像関数の精度が悪くなるためと思われる。

参考文献

- [1] Hasebe, N. Ing-Arch 48 1979
- [2] Unpublished
- [3] Benthem, Koiter "Methods of Analysis and Solution of Crack Problems" chap.3 ed. G.Sih, Netherland 1973
- [4] Gross, B, et al, NASA Techn. Note D2395(1964)

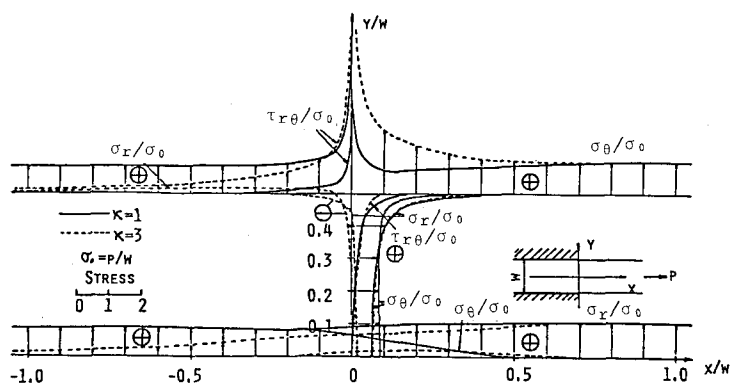


図-2 クラック発生前の応力分布

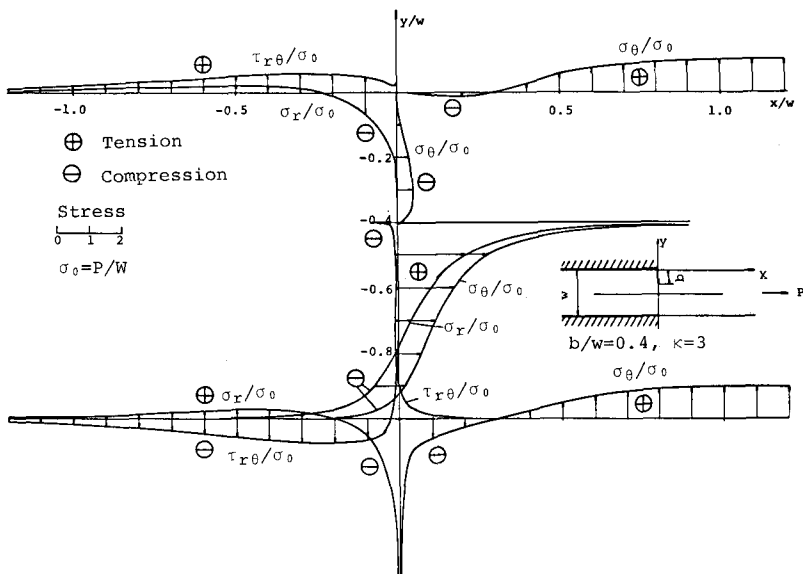


図-3 クラック発生後の応力分布

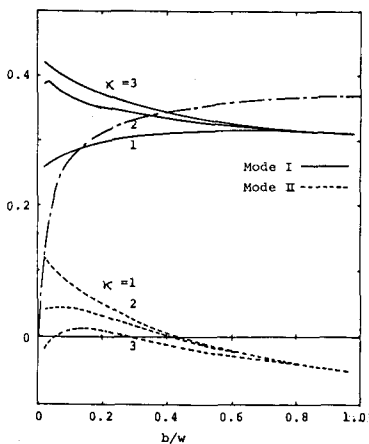


図-4 無次元化した応力拡大係数