

防衛大学校 正会員 ○ 佐藤 良一
電力中央研究所 正会員 青柳 征夫
前田建設技研 正会員 内田 明

1. まえがき

ひびわれ発生後における鉄筋コンクリート部材の変形問題は、一般に、引張部コンクリートの変形評価にその本質があると考えられるが、種々の要因を含むためその解析は極めて困難とされている。そのためACI, CEB規準などでこの種の変形問題が取り扱われているがいずれも実験値に基づいている。また, Noakowski⁽¹⁾はRC製煙突の温度応力を対象としてRC部材の平均曲率をできるだけ理論的に解析することを試みているが、変形を支配するもっとも重要な因子と考えられるひびわれ本数や鉄筋の附着応力分布を仮定するという本質的な問題点を有している。本報告は一定モーメント下にあるRC部材を対象として、鉄筋とコンクリートの附着応力が材料及断面の条件を除けばその相対すべり量で一義的に決定されるという考えに基づいた変形の支配微分方程式の定式過程とその数値解析結果の概要について述べたものであって、一部実験結果と比較して平均ひびわれ幅、鉄筋のひずみ分布 などを示している。

2. 仮定

- i) コンクリートは弾性体である。
- ii) ひびわれ断面のコンクリートは引張応力を負担しない。
- iii) ひびわれはひびわれ間中央断面に対して対称でありかつすべてのひびわれは等間隔に発生する。
- iv) 圧縮部コンクリートと鉄筋は平面保持が成り立つ。
- v) 引張部コンクリートの応力は断面内で一定である。
- vi) 鉄筋とコンクリートの附着応力-相対すべり量曲線は式(1)に従う。(図-2内)

3. 定式過程 (記号は図-1 参照)

i) 釣り合い条件

$$\frac{1}{2} b y \sigma_c = A_s \sigma_s + A_{ct} \sigma_t \quad \text{----- (2)}$$

ii) ひずみの適合条件

$$\epsilon_c = \epsilon_s \cdot y / (d - y) \quad \text{----- (3)}$$

式(2)と式(3)から次の式(4)が得られ鉄筋と引張部コンクリートの応力比が中立軸の高さで表わされるのがわかる。

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_s} = \frac{b y^2 - 2 n A_s (d - y)}{2 n b (h - y) (d - y)} \quad \text{----- (4)}$$

また、式(2)、(3)の両式をそれぞれ微分し、整理すれば次式が得られる。

$$\left\{ \frac{b y (2d - y)}{2 n (d - y)^2} \sigma_s + b \sigma_t \right\} \frac{dy}{dx} + \left\{ \frac{b y^2}{2 n (d - y)} - A_s \right\} \frac{d\sigma_t}{dx} = b (h - y) \frac{d\sigma_t}{dx} \quad \text{----- (5)}$$

iii) モーメントは任意断面で一定

$$M = \frac{1}{2} b y \sigma_c \cdot \frac{2}{3} y + A_{ct} \sigma_t \cdot \frac{1}{2} (h - y) + A_s \sigma_s \cdot (d - y) \quad \text{----- (6)}$$

上式の両辺を微分して整理すれば式(5)同様 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d\sigma_t}{dx}$, $\frac{d\sigma_c}{dx}$ の各項から

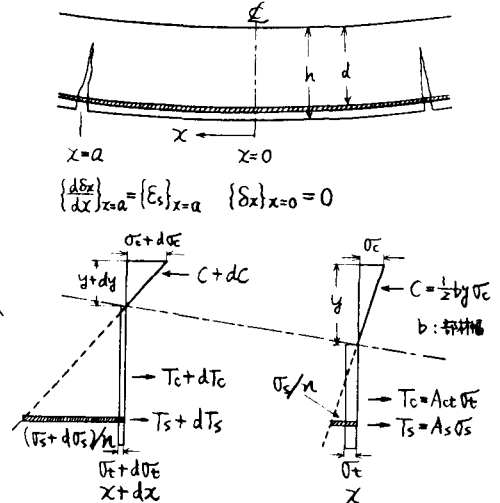


図-1 任意断面の応力状態と境界条件

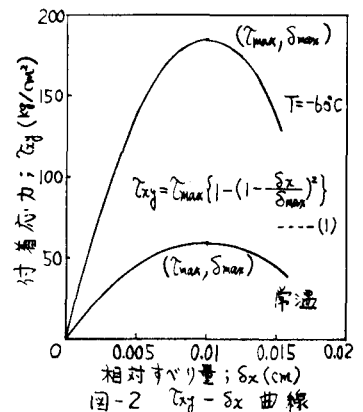


図-2 $\tau_{xy} - \delta_x$ 曲線

成り立つ式が導かれる。

$$\left\{ \frac{1}{3} A_s \sigma_s + \frac{1}{3} b(h+y) \sigma_c \right\} \frac{dy}{dx} - (d-\frac{1}{3}y) A_s \frac{d\sigma_s}{dx} = b(\frac{1}{3}h + \frac{1}{3}y)(h-y) \frac{d\sigma_c}{dx} \quad \text{---(7)}$$

一方、付着応力と鉄筋応力の関係は式(8)のように、また鉄筋とコンクリートの相対すべり量は鉄筋と引張部コンクリートのひずみを用いて式(9)のようにそれぞれ表わされる。

$$\tau_{xy} = \frac{A_s}{U_s} \frac{d\sigma_s}{dx} \rightarrow \frac{d\sigma_s}{dx} = \frac{U_s}{A_s E_s} \tau_{xy} \quad \text{---(8)}$$

$$\frac{d^2 \sigma_s}{dx^2} = \frac{d\tau_{xy}}{dx} - \frac{d\tau_{xy}}{dx} \quad \text{---(9)}$$

式(5)、(7)から $\frac{dy}{dx}$ 、 $\frac{d\sigma_c}{dx}$ をそれぞれ $\frac{d\sigma_s}{dx}$ で表わし、式(1)、(4)、(8)を用いて整理すれば最終的に次の二階の非線型微分方程式と任意断面で満足すべき σ_s との関係式が得られる。

$$\frac{d^2 \sigma_s}{dx^2} = \alpha \{1 - g(y)\} (2S_x - S_x^2) \quad \text{---(10)}$$

$$\{\sigma_s\}_{x=a} = \{\sigma_s\}_{x=0} \cdot e^{\int_{x=0}^{x=a} f(y) dy} \quad \text{---(11)}$$

ただし、 $\alpha = \frac{U_s}{A_s E_s} \frac{1}{\delta_{max}}$ 、 $S_x = \delta_x / \delta_{max}$

$$g(y) = \frac{\eta}{b(h-y)} \left\{ \frac{b(\frac{1}{3}h + \frac{1}{3}y)^2}{2n(d-y)^2} + \frac{1}{2}(2d-h-y)A_s \left(\frac{b(2d-y)y}{2n(d-y)^2} + b \frac{\sigma_c}{\sigma_s} \right) + \frac{b^2 y^2}{2n(d-y)} - A_s \right\}$$

$$f(y) = \frac{\sigma_c}{U_s} \cdot \left\{ \frac{1}{3} A_s - \frac{b y (2d-y) (\frac{1}{3}h + \frac{1}{3}y)}{2n(d-y)^2} - \frac{1}{6} b(h-y) \frac{\sigma_c}{\sigma_s} \right. \\ \left. - \frac{b(\frac{1}{3}h + \frac{1}{3}y)^2}{2n(d-y)} + \frac{1}{2}(2d-h-y)A_s \right\} \frac{\sigma_c}{\sigma_s}$$

また、式(2)と式(6)からモーメントが与えられれば式(11)同様 σ_s と y の関係式が次のように得られる。

$$E_s = \frac{M}{E_s} \cdot \frac{1}{b(\frac{1}{3}h + \frac{1}{3}y)(h-y) \frac{\sigma_c}{\sigma_s} + (d - \frac{1}{3}y) A_s} \quad \text{---(12)}$$

以上が一定モーメント下にあるRC部材の変形の基礎方程式であって、式(10)は式(11)あるいは式(12)を任意断面で満足しかつ図-1に示した境界条件、すなわち

$$x=0; S_x=0, x=a; \left\{ \frac{d\sigma_s}{dx} \right\}_{x=a} = \{\sigma_s\}_{x=a} / \delta_{max}$$

の2条件を満たすことにより解くことができる。なお数値計算はRunge-kutta法により行なった。

4. 解析結果

図-3~図-5は本解析結果の1例を $M-\phi_{av}$ 関係、 σ_s-w_m 関係、鉄筋のひずみ分布 などについて示したものである。

概して本解析結果は実験値と比較的良好一致しているといえる。しかし、ひびわれ幅を過小評価したり、またひびわれ発生直後の急激な曲率の増加やひびわれ断面で鉄筋ひずみが鋭く尖っていることなど実験結果とは定性的に異なった現象もみられる。これらの結果は $\tau_{xy}-\delta_x$ 曲線の入力データの問題や文献(2)で指摘されているひびわれ断面におけるコンクリートによる引張力の分担担に帰因すると考えられるため、今後はこれらの問題点について十分検討してゆきたい。

参考文献

- (1) Noakowski, P.: Bemessung auf Biegezug in Hinblick auf zulässige Stahlspannung und zulässige Rißbreite, Bauingenieur 52(1977)
- (2) 内田, 青柳, 佐藤: 鉄筋コンクリート部材の鉄筋ひずみ分布・変位に与える影響, 第4回年報

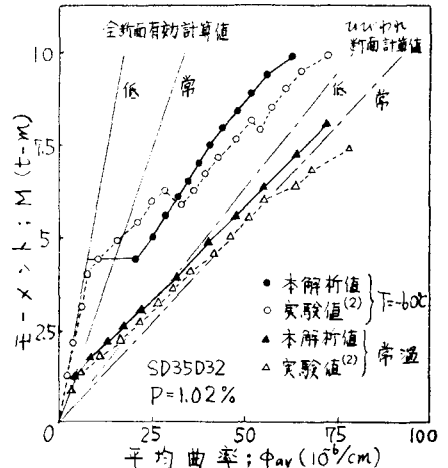


図-3 モーメント-平均曲率

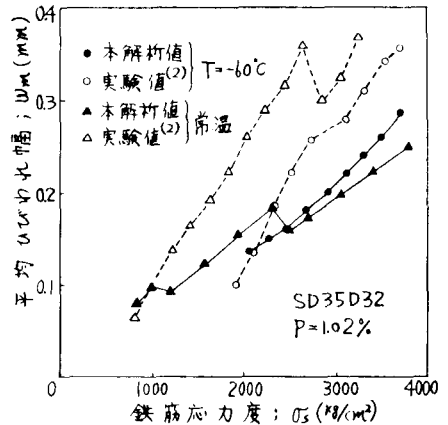


図-4 鉄筋応力度-平均ひびわれ幅

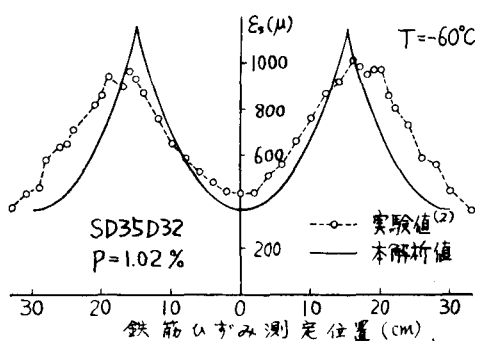
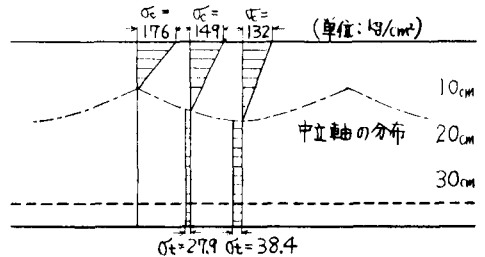


図-5 鉄筋ひずみ, 中立軸 などの分布