

労働省産業安全研究所 正会員 花安 繁郎  
 “ “ 堀井 宣幸

### 1. まえがき

事業所における労働災害の面での安全水準の評価には、現在のところ100万労働時間当りの災害発生数で示される、いわゆる災害度数率(以下単に度数率と言う)や、労働者1000人当りの災害発生数である災害千人率などが、建設業をはじめ各産業の事業所において広く用いられている。これらの算定方式は、いずれも単位労働時間、単位労働力当りの災害発生数を以て安全水準を評価しようとするものである。ところで、安全水準の評価には、これら災害発生数を基本とした評価法以外に、災害発生時間数を評価することによっても可能であることを、筆者は昨年度の大会において報告した。とくに災害発生時間数は、災害に関する情報の中でも比較的入手しやすい情報でもあり、また災害発生時間数による評価は、災害発生時点のほか、どの時点でも評価が可能であることや、災害発生時間数とそのときの確率値をもとに、元の度数率の変動の有意差検定が行えるなど、災害要因の変化(作業環境・条件、労働力、その他)を早く評価するのに適したいくつかの利点を有している。従って、災害発生時間数による評価法は、事業所で行う日常的な安全水準の評価法として、非常にすぐれた手法であると言える。この評価法に関して、昨年度は災害発生時間数を利用した度数率の有意差検定について論じたが、本年度は、災害が発生した時点における度数率の信頼区間を求める方法について検討を加えることとした。

### 2. 度数率の区間確率

ある事業所で、T万労働時間でK件の災害が発生したとき、度数率は $A=(K/T) \times 100$ で算出される。この計算値は、あるばらつきを持って出現する度数率を、ただひとつの点として予想するいわば点推定による値と解釈すべきである。ばらつきを考慮して度数率を推定するためには、度数率変動(ばらつき)する区間域と、その区間に対応した出現確率との関係を求めなければならない。またここでは度数率(A)を災害発生時間数(t)によって推定する方法を考えているのであるから、災害発生事象を記述する確率分布式は、Aとtとが含まれたものでなければならない。ここでは昨年同様災害現象記述のうえで最も簡単な、ランダムに災害が発生する場合を考え、まず、個々の災害発生時間間隔、即ち或る時点を基準に最初の災害が発生する時間の分布と考えると(1)式の指数分布となり、パラメーター $\lambda$ は平均値の逆数なので度数率とは(2)式によって関係づけられる。

$$f_1(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad \dots (1) \quad E_1(t) = \frac{1}{\lambda}, \quad V_1(t) = \frac{1}{\lambda^2} \quad \lambda = \frac{A}{100} \quad \dots (2) \quad A: \text{災害度数率}$$

ここで  $\chi^2 = 2\lambda t$  とおくと、(1)式は  $\lambda dt = \frac{1}{2} d\chi^2$  より

$$f(\chi^2) = \frac{1}{2} e^{-\frac{\chi^2}{2}} \quad \dots (3)$$

の自由度  $\phi=2$  の $\chi^2$ 分布となる。従って、tを固定して

$$\chi_1^2 = 2\lambda_1 t, \quad \chi_2^2 = 2\lambda_2 t \text{ とおくと,}$$

$$Pr(\chi_1^2 < \chi^2 < \chi_2^2) = Pr(2\lambda_1 t < 2\lambda t < 2\lambda_2 t)$$

$$= Pr(\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 | t) = e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \quad \dots (4)$$

故に、時間tで災害が発生した時の度数率の区間確率は

$$Pr(A_1 < A < A_2 | t) = e^{-\frac{A_1}{100} t} - e^{-\frac{A_2}{100} t} \quad \dots (5)$$

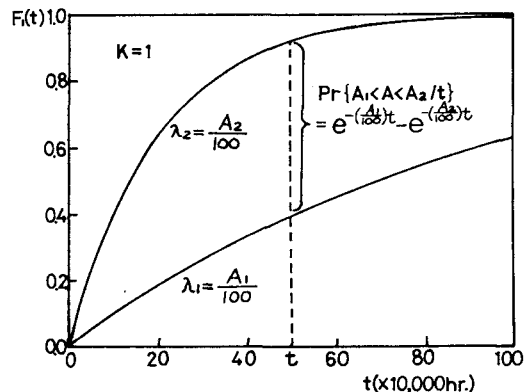


図-1 時間tで度数率が $A_1$ と $A_2$ の間にある確率

(5)式の関係は図-1に示されるとおり、パラメーターが  $A_1$  と  $A_2$  のときの指数分布の分布関数の差となっていることがわかる。次に、複数個の災害が発生する時間の分布は、指数分布の和の分布であるガンマ分布であることが知られており、 $K$  件の災害が発生した時点での度数率の区間確率は、前例とほぼ同じ手続きを経て、ガンマ分布の分布関数の差として次式で示される。

$$P(A_1 < A < A_2 | T) = e^{-\frac{A_1}{100} T} \cdot \sum_{i=0}^{K-1} \frac{(\frac{A_1}{100} T)^i}{i!} - e^{-\frac{A_2}{100} T} \cdot \sum_{i=0}^{K-1} \frac{(\frac{A_2}{100} T)^i}{i!} \dots (6)$$

### 3. 度数率の信頼区間

任意の度数率の区間に対する出現確率は(5)ないしは(6)式で求められるが、一般的な推定問題としては、この関係を逆にした、ある確率(危険率)に対する度数率の区間を求め、これを信頼区間とするのが通常である。

簡単の為にまず  $K=1$  (最初の災害発生時) の場合を考える。前節で  $\chi^2 = 2\lambda t = \frac{At}{50}$  とおくと、 $\chi^2$  は  $A$  とともに無関係に  $\chi^2$  分布することが分かっているので、 $\chi^2$  分布表より所定の確率値に対応した数値を求め、これを  $A$  に関して解けば、所定の信頼区間が求められることが出来る。自由度を  $\phi$ 、危険率を  $\alpha$  としたときの  $\chi^2$  分布の積分値を  $\chi^2(\phi, \alpha)$  とすると、 $K=1$  のときの度数率の信頼区間は、

$$(A_{LL}, A_{UL}) = \left( \frac{50 \cdot \chi^2(2; 1-\frac{\alpha}{2})}{t}, \frac{50 \cdot \chi^2(2; \frac{\alpha}{2})}{t} \right) \dots (7)$$

図-2には、 $\alpha=10, 5, 1\%$  のときの信頼区間を示した。

次に複数個の災害が発生した時点の信頼区間を求める方法について考える。まず  $K$  件の災害が  $T$  時間内で発生したとして、平均災害発生時間  $\bar{t} = T/K$  の分布を考えると、

$$f(\bar{t}) = \frac{(\lambda \bar{t})^{K-1}}{(K-1)!} \lambda e^{-\lambda \bar{t}} \dots (8)$$

同式はアーラン分布と呼ばれるが、 $\chi^2 = 2\lambda \bar{t}$  とおくと  $\chi^2$  は自由度  $\phi = 2K$  の  $\chi^2$  分布となることが知られている。従って、前例と同じ  $\chi^2$  分布表を利用して、災害件数が  $K$  件のときの度数率の信頼区間が次式で求められる。

$$(A_{LL}, A_{UL}) = \left( \frac{50 \cdot \chi^2(2K; 1-\frac{\alpha}{2})}{\lambda \bar{t}}, \frac{50 \cdot \chi^2(2K; \frac{\alpha}{2})}{\lambda \bar{t}} \right) \dots (9)$$

図-3には危険率  $\alpha=10\%$  のときの、 $K=1 \sim 4$  までの度数率の信頼区間を示した。災害件数が増えれば情報も増えるので、信頼区間の中が狭くなっていることが分かる。

### 4. むすび

以上災害発生時間数を利用して度数率を推定する方法について述べたが、昨年報告した度数率の有意差検定と合わせて用いることによって、日常的な安全水準の評価法としてより利用範囲の広いものになると思われる。

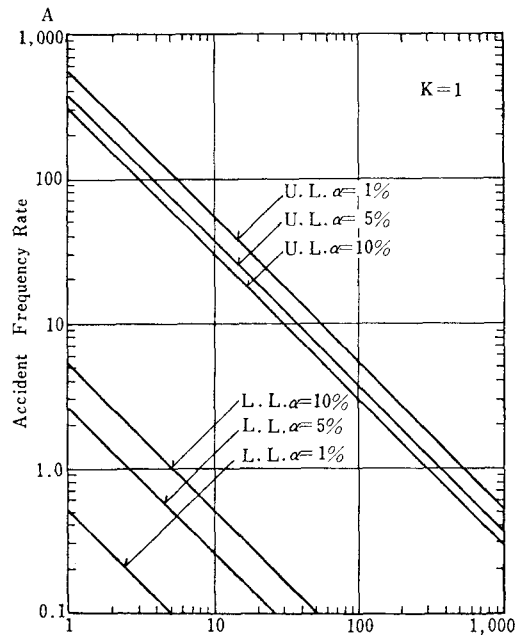


図-2 度数率の信頼区間 ( $K=1, \alpha=10, 5, 1\%$ )

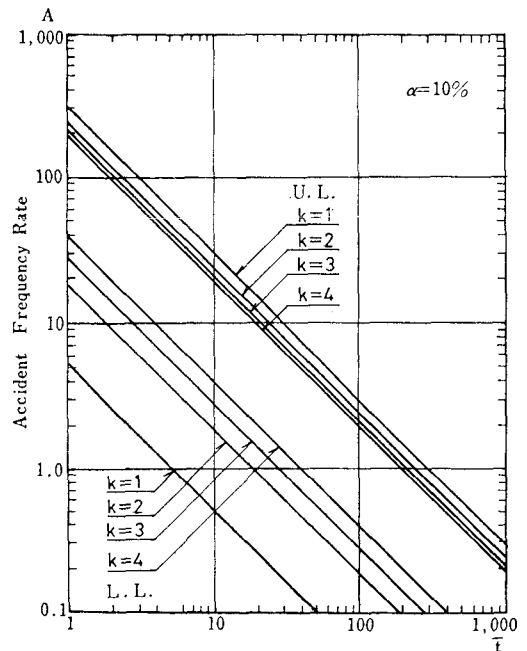


図-3 度数率の信頼区間 ( $\alpha=10\%, K=1 \sim 4$ )