Ⅳ-140 ゲームの理論に基づく代替案総合評価の基礎的研究

国　鉄　正会員　○西田哲郎
京都大学工学部　正会員　長尾義三
名古屋大学工学部　正会員　浅岡顕
京都大学工学部　正会員　若井郁次郎

1. はじめに　近年の土木事業は，大規模かつ長期にわたるものが多いために，いろいろな効果，すなわち経済的，社会的，自然的，技術的影響を無視できない状況にある。そのために土木事業には複数の立場の多様な価値観を計画過程において反映させる必要から総合的な取り扱いをする代替案の評価法が望まれている。しかし，代替案総合評価の必要性の認識とは逆に，代替案を総合評価する際に生起する不確実性に対処する手法が確立していないことから，計画の評価が，各立場ごとに恣意的になり，計画代替案選択を困難ならしめている。そして，真に必要な計画の実施を遅らせている原因の一つとなっている。本研究は，従来の総合評価の基本的原理は変更せずに，ただ計画主体の評価値での総合評価に代えて，異なる立場間の評価値と重み付けを導入し，これを施設提供者と他の評価者（施設利用者，被影響者等）の零和2人ゲームとして把握することにより，新たな総合評価手法を提案することを目的とする。

2. 前提条件　本研究では，問題の設定状況を以下のようにする。土木施設の計画にあたって，施設提供者（施設の管理者で，かつ計画主体となっている。），施設利用者および被影響者などに代表される複数の立場があり，それぞれの価値観に基づいて，提供されたいくつかの代替案にそれぞれ異なった評価をするものと仮定する。すなわち，代替案が提起されたとき，選択された評価項目（属性）について，計測可能な評価指標が定められ，これに基づく評価指標値が各立場の効用値（評価値）に置き換えられたものとする。評価値が確定しても，この評価値と各立場が行う各代替案に対する総合評価値とは異なってくる。総合評価値が異なるのは，各立場が評価値に与える重み付けが異なるためであると考える。評価値，重み付けは，各計画の行われる地域差，時間差によっても変動する。すなわち，この中にも不確実性が内在する。また，各立場の評価は本来固定的に存在しているものではなく，代替案が出現したとき，それに伴なって行われるものである。換言すれば，このとき，この行為は多分にゲーム的であると見なされる。

3. 問題の一般的構成　従来の手法を多目的土木施設計画の総合評価に直接適用するときの基本的障害となっている諸点を列挙すれば，以下のようになる。

(1)　評価主体（評価を行なう人々）は，通常複数存在する（たとえば，施設提供者，施設利用者，被影響者など）。

(2)　評価主体に，事前に（まだ確定していないような）当該計画の評価を聞くことは困難である。

(3)　個々の評価主体は，確定的な評価を常に安定的に下しうるとは限らない。すなわち，時間差，地域差により評価は，しばしば変動する。

(4)　特に，多属性効用理論を適用する際には，専門的知識を有しているとされる施設提供者個人の評価が，社会の価値観を反映するかどうかは，大きな争点である。

(5)　個々の評価値から，総合評価値を算定するときに，数学的困難さをともなうものがある。

(5)を除くすべての難点は，評価主体を特定化することをやめれば，回避することが可能である。つまり，各評価項目（属性）に対してどのような重み付けがなされるかは未知として問題をたて直せばよい。次に，どのような代替案を出すかが施設提供者の actionであり，複数の評価項目（属性）にどんな重み付けを下すかが，評価主体の出す actionであると考える。そして，互いに相手の出す手は未知である。このとき，考察中の問題は，

ゲームの理論によって現実的に記述されるであろう。このとき，評価主体は，施設提供者にとって最も不都合な戦略を常に使用するとは限らないので，施設提供者は，決定基準としてミニマックス原理を用いるのが実際的であると考えられる。すなわち，施設提供者にとって最も意地悪な（予想もしない最悪の）重み付けによる評価が，評価主体によりなされるとしても，その総合評価値を与える代替案の出し方は，他の代替案の出し方に比して最高であるというような手を選択する基準である。実際には，必ずしも評価主体は，施設提供者にとって最悪な重み付けをするとは限らないので，施設提供者がミニマックス決定法則に従う戦略を常にとっていれば，総合評価値は，この最悪な重み付けベクトルによる評価値以上となることが保証される。つまり，施設提供者にとって最も堅実な代替案決定法であると同時に，そのときの評価主体の重み付けは最も厳しい評価となっている。

4. 問題の定式化

次に，各代替案が各評価項目（属性）に対してもつ単属性の評価値，すなわち，効用タームによって計測された効用行列（利得行列）がすでに得られているとして，モデルの定式化を行なう。

［記号］

$\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k$ ：評価項目（属性）

Θ ：属性集合，$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k\}$

$$\left.\begin{array}{l}\tau = (\tau(\theta_1), \tau(\theta_2), \cdots, \tau(\theta_k))' \\ 0 \leqq \tau(\theta_i) \leqq 1,\ (i=1, 2, \cdots, k),\ \sum_{i=1}^{k}\tau(\theta_i)=1\end{array}\right\} \quad (1)$$

τ ：$\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k$ の重み付けベクトル

Θ^* ：$\tau \in \Theta^*$，すべての可能なベクトルτの集合

$a_1, a_2, \cdots, a_n$ ：代替案

$\mathcal{A}$ ：代替案集合，$\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$

δ ：$\mathcal{A}$ 上での確率（密度）分布，決定法則.

$$\left.\begin{array}{l}\delta = (\delta(a_1), \delta(a_2), \cdots, \delta(a_n))' \\ 0 \leqq \delta(a_j) \leqq 1,\ (j=1, 2, \cdots, n),\ \sum_{j=1}^{n}\delta(a_j)=1\end{array}\right\} \quad (2)$$

D^* ：$\delta \in D^*$，すべての可能なδの集合.

$u(\theta_i, a_j)$ ：効用関数，θ_iなる評価項目（属性）に対して，代替案がa_jのとき，この代替案が受ける評価を効用タームで表わしたもの。基数的効用タームで測定されているから，値が大きいほどよい。ただし，一般に$0 \leqq u(\theta_i, a_j) \leqq 1$で，限界効用てい減の法則が成立しているものとする。

$U(\theta_i, \delta)$ ：$u(\theta_i, a_j)$ の $\delta(a_j)$による期待値.

$$U(\theta_i, \delta) = \sum_{j=1}^{n} u(\theta_i, a_j)\,\delta(a_j) \quad (3)$$

S；効用集合，

$$S = \{U(\theta_i, \delta),\ i=1, 2, \cdots, k \mid \delta \in D^*\}$$

$\mu(\tau, \delta)$ ：ベイズの意味での期待効用値.

$$\mu(\tau, \delta) = \sum_{i=1}^{k} \tau(\theta_i)\,U(\theta_i, \delta) \quad (4)$$

［ミニマックス定理］：「有限個の要素からなる$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k\}$をもつ基本決定問題$\{\Theta, \mathcal{A}, U\}$に対し，効用集合$S$が上に有界であれば.

$$\sup_{\delta \in D^*} \inf_{\tau \in \Theta^*} \mu(\tau, \delta) = \inf_{\tau \in \Theta^*} \sup_{\delta \in D^*} \mu(\tau, \delta) = V \quad (5)$$

が成立し，効用の期待値を最小にするという意味で最悪な重み付けベクトル$\bar{\tau}$が存在する。しかも，Sが上に閉じておれば，許容的なミニマックス決定法則$\underline{\delta}$が存在し，$\underline{\delta}$は$\bar{\tau}$のベイズである。ここに，$V = \mu(\bar{\tau}, \underline{\delta})$はゲームの値である。」 これより出発して，1)重みに制約のある場合，2)重みに制約のない場合，3)サベジの基準による評価法を考え，しかもこれらの問題を線形計画法により定式化できたが，これらは講演時に発表する。

5. 最適混合戦略の次善な純粋戦略

4で述べられた方法において，効用行列に鞍点が存在しないとき，複数の代替案をある確率で選択する混合戦略となる。混合戦略で最適なミニマックス解が求められても，全く同様な土木施設計画が何度も繰り返される場合を除いては非現実的である。そこで，最適混合戦略による総合評価値をなるべく減少させない意味で，次善な純粋戦略を求める必要がある。いま，代替案a_1とa_2の混合戦略として決定法則$\underline{\delta}$が得られているとする。固定したδに対して

$$\min_{1 \leqq i \leqq k} U(\theta_i, \delta) = \min_{1 \leqq i \leqq k} y_i \quad (6)$$

となるy_iについて

$$Q_c = \{(y_1, y_2, \cdots, y_k) : y_i \geqq C\ (i=1, 2, \cdots k)\} \quad (7)$$

を考える。このCを減少させ，$C = \min_{1 \leqq i \leqq k} u(\theta_i, a_1)$となる以前に$a_p$という別の代替案が存在すれば，

$$V_1 = \min_{1 \leqq i \leqq k} u(\theta_i, a_1) < \min_{1 \leqq i \leqq k} u(\theta_i, a_p) = \max_{1 \leqq j \leqq n} \min_{1 \leqq i \leqq k} u(\theta_i, a_j) = V_p \quad (8)$$

より次善な純粋戦略としてa_pが選ばれる。そうでないと

$$V_1 = \min_{1 \leqq i \leqq k} u(\theta_i, a_1) = \max_{1 \leqq j \leqq n} \min_{1 \leqq i \leqq k} u(\theta_i, a_j) \quad (9)$$

より，a_1が次善解となる。計算例は講演時に発表する。