

豊田高孝 正員 栗本 謙
豊田高孝 正員 川上 雅一

1. はじめに 自動車交通流のモデル化には大きくわけて2つのアプローチがある、1つは1列になって走行している車両の追従現象を微分方程式で表現して、追従状態において発生する諸現象を解析する方法であり、もう一つは交通密度と平均速度との間の経験式を仮定し、交通流を圧縮性流体とみなし解析する方法である。交通量 Q 、交通密度 K および平均速度 V の間には関数関係が存在することは知られており、多くの関数式が提案されている。また $K-V$ 曲線は単一の曲線であってあることができず自由流と拘束流という全く異なった2つの流れが存在することも報告されている。

本研究は交通流を気体の一次元定常流とみなして、臨限密度より大きな交通密度を示す高密度交通流のモデルとなる基本方程式を誘導し、実験データをあてはめて適合性を検証すると共に首都高速道路の交通容量を推定したものである。

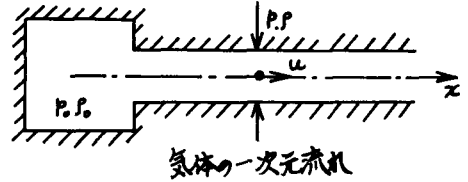
2. 密度変化の伝わり速度 気体の運動が x 方向にのみ生ずるものとし、密度 ρ 、流速 u 、圧力 P として、はじめに気体の圧力 P_0 、密度 ρ_0 で静止の状態にあったものが、微小な変動が生じて $P=P_0+p'$ 、 $\rho=\rho_0+\rho'$ 、 $u=u'$ になるものとしてこれらの関係を運動方程式と連続の式に代入し高次の量を省略、 u' を消去し、圧力 P と密度 ρ とのあいだに一定の関係があることを仮定すれば $\partial^2 \rho / \partial t^2 = d\rho/dx \cdot \partial^2 p / \partial x^2$ のように書くことができる。上式は波動をあらわす式であって、 $d\rho/dx = a^2$ ---- (1) $a > 0$ と書けば解は関数 f を用いて $\rho' = f(x-at) + g(x+at)$ と与えられる。 a は密度変化の伝わり速度、すなわち音速である。気体の a は等エントロピー変化の式 $\rho P^{-1/\gamma} = \text{const}$ を用いると $d\rho/dx = \gamma P / \rho$ ---- (2) であるから、音速 a は $a = \sqrt{\gamma P / \rho}$ となる。

3. 一次元定常流れ 気体の一次元定常流れについて、粘性および体力を省略すれば運動方程式は

$$u \frac{du}{dx} = -1/\rho \cdot d\rho/dx \quad \text{---- (3)}$$

で表わされる。また気体が等エントロピー変化をなすものとするれば、圧力 P_0 、密度 ρ_0 を基準の状態として

$$\rho P^{-1/\gamma} = \rho_0 P_0^{-1/\gamma} \quad \text{---- (4)} \quad \text{が成立する。}$$



そこで(4)式を(3)式に代入し ρ を消去し積分すると、

$$\frac{1}{2} \cdot u^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot P_0 \cdot \rho_0^{1/\gamma} / \rho_0 \cdot \rho^{1/\gamma} = \text{const} \quad \text{となるが、}$$

ここで $u=0$ のとき $P=P_0$ 、 $\rho=\rho_0$ として右辺の定数を決め、等エントロピー変化の式を用いて左辺中2項を書きかえれば $\frac{1}{2} \cdot u^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{P}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{P_0}{\rho_0}$ ---- (5)

(5)式を ρ について微分すると $du/d\rho = P/\rho^2 \cdot \gamma/(\gamma-1) = P/\rho \cdot \gamma/u \cdot \rho/(\gamma-1)$ となるので、この式に(1)(2)式を代入すると、 $du/d\rho = -a^2/\rho u$ と書かれる。

そこで、いままでは対象流体は気体であったが、これを自動車交通流におきかえるため、密度 ρ を交通密度 K に、流速 u を空間平均速度 V になおすと、

$$dV/dK = -a^2/KV$$

となる、そこで $T=0$ のとき $K=K_0$ (ジウム密度)なる境界条件で積分すれば

$$V = C \left(2 \log \frac{K_0}{K} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{---- (6)}$$

となり平均速度と交通密度についての関係式が得られた。(6)式はGreenbergモデル $V = C \log K_0/K$ に類似した式となる。 C はその交通流が存在する道路・交通条件によって決まる速度の元をもった定数である。

$\Theta = VK$ に(6)式を代入すれば $\Theta = CK \left(2 \log \frac{K_0}{K} \right)^{\frac{1}{2}}$ ---- (7) となり交通量と交通密度についての関係式となる。交通量最大になる交通密度を求める(7)式を K で微分して零とおけば $K = e^{-\frac{1}{2}} K_0 = 0.6065 K_0$ のときに生ずることがわかる。したがって最大交通量 $Q_{\max}$ は

$$Q_{\max} = CK = 0.6065 CK_0 \quad \text{---- (8)}$$

と書くことができる。

4. 観測値 昭和49年12月11日(水)0930~16日(月)1800までの間首都高速道路環状1号線外廻り、

室町附近の高架平担直線の標準断面(中央帯1.0m, 車道中負7.5m, 路肩0.4m)に走行・追越車線(1車線3.25m)と設置したループコイル式車両検知器から採取したデータを使用した。車両検知器は1.5×2.3mのループコイルを5mの間隔で直列に敷設したものである。なおデータは走行・追越車線と平均速度と交通量が30分単位に集計されている。図1は走行車線の、図2は追越車線の交通量変動を示す。(6)~(8)式を用いて計算するためには、Cおよび K_j の値を求めなければならない。 K_j の値は直接測定されたものが見当たらないが、停止時の車頭間隔と観測されたK-V曲線から今回は $K_j=90\%/km$ と取ることとする。

Cの値は(6)式を用いてVのKへの回帰式を最小自乗法によって求めると、
$$C = \frac{\sum_{j=1}^n V_j (2 \log K_j / K_j)}{\sum_{j=1}^n (2 \log K_j / K_j)} \quad (9)$$

と書くことができる。(9)式を用いて晴天時の走行車線(図3)、雨天時の走行車線(図4)、晴天時の追越車線(図5)および雨天時の追越車線(図6)のCを求める、それぞれ31.64, 26.35, 33.37および28.26となる。 $(K_c=45\%/km$ とこれより大きなKに対応するVの部分の回帰である。)回帰曲線を各図中に示す。

5. まとめ $K_j=90\%/km$ と(8)式を用いれば走行車線の交通容量は1727 $\%/\text{時}$ 、追越車線の交通容量は1985 $\%/\text{時}$ となるので6%の大型車混入率を考慮すると $Q_{max}=(1727+1985) \times 1.06/2=1967\%/\text{時}$ ・車線から交通容量は2000 $\%/\text{時}$ ・車線を採用することが望ましい。

新モデルは式中に K_j と、Greenbergモデルの自由走行速度 V_f に相当する係数Cを含んで、理想的勾配数形であると言え得る。

(参考文献) 西宮良一他: 高密度交通流の現象解析, 第33回土木学会年次講演会概要集, 53年9月

H. Greenberg: An Analysis of traffic flow, ops, Res, 7, 79-85.

