

九州大学 工学部 正会員 橋本 武

九州大学 工学部 学生員 板井 幸市

1. はじめに 本研究は、著者が先に発表した連続圧縮体モデルによる交通流理論¹⁾に、飛躍量²⁾の概念を導入することにより、Q-Dカーブが場所により変化する実際の道路システムの解析を可能にせんとするものである。また、先の理論において、解の振動を止める方法が適当でないため、解の誤差が生ずることが分かった。この修正についても明らかにする。

2. 解析理論 解の振動を止める方法として、時刻 t と時刻 $t+2\Delta t$ の解を求め、その平均値をとることにより時刻 $t+\Delta t$ の解としたが、この手法による場合、各時間段階における変動影響区間が大きくなりすぎ、また、交通量の収束性が大きくなりすぎる懸点がある。したがって、ここでは、基礎式の定式化において、空間座標に関して離散化した後、時間差分をとるという手法を用い、解の振動に対処するとともに、各時間段階の追跡を直接行なうよう工夫するものである。

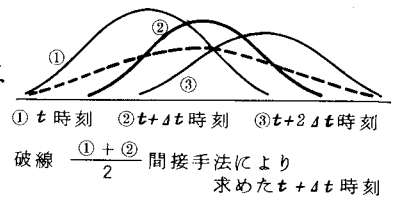


図-1

すなわち、基礎成分方程式は、

 V_0 : ある密度区間におけるQ-Dカーブの接線勾配

$$\frac{\partial D}{\partial t} - V_0 \frac{\partial D}{\partial x} - q = 0 \quad (1)$$

D: 交通密度

q: 単位長さ当りの発生分布交通量

であり、これにGalerkin法を適用し定式化すれば、

$$[V_{ij}D_{ij}] + [\pi_{ij}D_{ij}] + [Q_{ij}] = 0 \quad (2)$$

$$\text{すなわち、} V_{ij} = \frac{V_0}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \pi_{ij} = \frac{L_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad L_{ij}: \text{要素} i-j \text{ の長さ}$$

$$Q_{ij} = \frac{q_i + q_j}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad D_{ij} = \begin{bmatrix} D_i \\ D_j \end{bmatrix}$$

上式において、 D_{ij} に関する時間差分を代入することにより次式が得られる。

$$[A_{ij}D_{ij}^{(1+1)}] - [B_{ij}D_{ij}^{(2)}] - [Q_{ij}] = 0 \quad (3)$$

$$\text{すなわち、} A_{ij} = V_{ij} + \frac{1}{\Delta t} \pi_{ij}, \quad B_{ij} = \frac{1}{\Delta t} \pi_{ij}$$

ところで、図-2に示すようなモデルを考え、j地点の上流側と下流側で、

図-3のようにQ-Dカーブが異なるものとする。j地点において交通量は連続であるので、j地点の上流側で $D_{j,1}$ であった交通密度は、j地点を通過する時に $D_{j,2}$ に産するものと考えられる。したがって、式(3)において要素i-jの間では、j地点の密度として $D_{j,1}$ を用いなければならぬことが分かる。

式(4)の左辺に對する要素i-jの寄与 Δq_{ij} は、

$$\Delta q_{ij} = A_{ij}D_{ij}^{(1+1)} - B_{ij}D_{ij}^{(2)} - Q_{ij} \quad (4)$$

であり、=に用いるべきj地点の密度は $D_j = D_{j,1}$ である。これに反して、要素j-kの寄与 Δq_{jk} においては、

$D_j = D_{j,2}$ を用いなければならぬ。ここで、j地点における密度を連続成分と飛躍成分に分割し、 $D_{jk} = D_{jk}^c + D_{jk}^d$ とすれば、

$$D_{jk}^c = \begin{bmatrix} D_{j,1} \\ D_{j,2} \end{bmatrix} \quad (\text{連続成分}), \quad D_{jk}^d = \begin{bmatrix} D_{j,2} - D_{j,1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{飛躍成分})$$

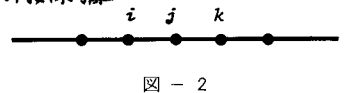


図-2

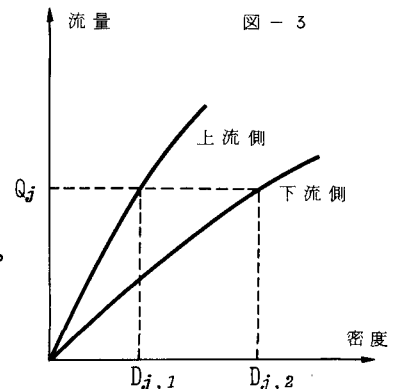


図-3

である。式(5)を用いて ΔD_{jk} を表せば、

$$\Delta D_{jk} = A_{jk} D_{jk}^{(t+1)} + A_{jk} D_{jk}^{(t+1)} - B_{jk} D_{jk}^{(t)} - B_{jk} D_{jk}^{(t)} - Q_{jk}^{(t)}$$

したがって、道路システム全体について集積すれば、

$$[A_{jk} D_{jk}^{(t+1)}] = [A_{jk} D_{jk}^{(t+1)}] + [B_{jk} D_{jk}^{(t)}] + [Q_{jk}^{(t)}] \quad (7)$$

となり、これが本題の基礎式となるものである。

解析に当たっては、式(7)の右辺第一項は未知である。また、この式は後退差分により求めたものであるため、係数マトリックス A_{jk} も未知となる。したがって、 $D_{jk}^{(t+1)} = D_{jk}^{(t)}$ 、 $A_{jk}^{(t+1)} = A_{jk}^{(t)}$ と仮定し、式(7)を近似的に解き、その成果を用いて $D_{jk}^{(t+1)}$ 、 $A_{jk}^{(t+1)}$ の第一次近似解を算出し、同様の演算を収束するまで繰り返すという試行錯誤法により D_{jk} を求めることになる。

3. 計算結果 1例として、延長2.1kmの1ルートシステムの道路に、図-4のような三角波が流入する場合を取り上げる。使用するQ-Dカーブは1/kmの地点の上流側と下流側で図-5のように異なるものとする。

図-6は各時間段階における交通密度を示したものであるが、1/km地点における密度差が顕著である。この時、各時間段階における交通量が図-7のように表わされる。1/km地点で波形が折れ、それより下流において波形が鋭くなっているのが分かる。これは、下流側のQ-Dカーブの勾配が、上流側のそれらに比べて小さいためである。また、道路システム全体が図-5の上流側のQ-Dカーブと同じQ-Dカーブを持つ場合と比較してみると、1/km地点より上流の波形はほとんど一致する。このことは、下流側の交通量が、その限界容量に達していない限り、上流側に影響を与えないという当然の帰結を意味する。

4. おわりに 渋滞量の推定を導入することにより、Q-Dカーブが場所により異なる実際の道路システムの解析に対し、一定妥当な結果を得た。交通流解析において、最も興味あるところは、ボトルネックの取り扱いだと思うが、Q-Dカーブが異なることにより生ずる衝撃波の速度を求めることにより、交通渋滞等のdynamicな取り扱いに関する研究を進めて行きたいと思う。

参考文献 1) 橋本 板井 「連続圧縮体相似による交通流解析(第2報)」(1978)

