IV-28 破壊確率を考慮した対災害信頼性の交通網への最適配分

神戸大学大学院 学生員 中川 勝八郎
神戸大学工学部 正員 森津 秀夫
片平エンジニアリング 正員 土井 元治

1. はじめに

ここで対象とするのは、災害に対する信頼性を最大に保つように、交通網を構成する各リンクの対災害信頼性の水準を最適に配分する問題である。リンクの破壊を確率的に決まると仮定し、トリップの総所要時間の期待値を評価関数とすることは実際上不可能である。そこでネットワークの連結性を重視し、災害時のネットワークの状態が確率的に決まると仮定し、目的地に到達できるトリップ数の期待値を評価関数とする場合について述べる。

2. 問題の定式化とその解法および計算例

災害時において、各ノード間で到達可能な確率、すなわちノード対の信頼度が高ければ、その交通ネットワークは、災害に対して高い信頼性を持つと考えることができる。ノード対の重みをそのノード間のトリップ数で表わせば、災害時に到達可能なトリップ数でネットワークの信頼性を評価することになる。いくつかの災害パターンを想定し、各災害時の到達トリップ数の重みづけした和を最大化するようにすれば、信頼性の最適化問題は、次のように定式化できる。

問題1
$$\max \quad Z_1 = \sum_{s=1}^{h} w_s \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} q_{ij}\, r_{ij}(x, \theta_s) \right) \qquad (1)$$
$$\text{s.t.} \quad \begin{cases} \sum_{k=1}^{m} C_k(x_k) \leqq C^u & (2) \\ L_k \leqq x_k \leqq L^{max} \quad (k = 1, 2, \cdots m) & (3) \end{cases}$$

ここに、Z_1：目的関数で、目的地に到達可能なトリップ数の期待値。r_{ij}：ノードiからjに到達可能な確率。q_{ij}：ノードiからjへのトリップ数。w_s：災害パターンSの重みで$\sum_{s=1}^{h} w_s = 1$。x：$x=(x_1, x_2 \cdots x_k \cdots x_m)$, $x_k = 0, 1, 2 \cdots$ 検討リンクのリンクレベルを表わす変数。θ_s：$\theta_s = (\theta_{1s}, \theta_{2s} \cdots \theta_{ks} \cdots \theta_{ms})$, 災害パターン$S$の各リンクに対する災害強度レベルを表わす。$C_k(x_k)$：リンク$k$のリンクレベルを$L_k$から$x_k$に改善するのに必要な費用。$C^u$：建設費の上限値。$h$：災害パターン数。$L_k$：リンク$k$の改良する前のリンクレベル。$L^{max}$：リンクを改良できる最高のリンクレベル。とする。式(2)は建設費の制約を表わし、式(3)はリンクレベルが現在レベル以上であり、かつ考えている最高のリンクレベル以下であることを示す。

問題1を解く場合、ネットワークが複雑になれば、ノードij間の厳密な信頼度r_{ij}を得ることは困難であるので、ここではカットセットにより信頼度の下限値[1)]を求め、これを式(1)のr_{ij}のかわりに使用する。信頼度の下限値r'_{ij}は式(4)により求められる。

$$r'_{ij} = \prod_{\text{all } v \in V_{ij}} \left[1 - \prod_{k \in \Gamma_v} P_k \right] \qquad (4)$$

ここに、r'_{ij}：信頼度の下限値。V_{ij}：ノードij間のカットセットの集合。Γ_v：カットセットvに含まれるリンクの集合。P_k：リンクkの破壊確率。とする。よって、目的関数は式(5)のようにする。

$$\max \quad Z_2 = \sum_{s=1}^{h} w_s \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} q_{ij}\, r'_{ij}(x, \theta_s) \right) \qquad (5)$$

問題1の最適解は、組み合せトリーを作成して予算制約を満たす実行可能解を探索し、暫定解を更新してゆくことにより求める。

表-1は図-1のネットワークに問題1を適用したときの計算結果である。現在レベルは各リンクとも0、すなわち存在しないとする。災害パターンは4種類与え、最高のリンクレベルは4、すべてのリンクを最高レベルに改善したときのコストは403である。

上述の問題1においては、各ノード対にパスの存在する確率の下限値をトリップ数で重みづけした形になって

いるため、トリップの少ないノード対では信頼度が非常に低くなることもある。それに対し、すべてのノード間にある程度の信頼度を確保しつつ、ネットワーク全体の最適化をはかるためには、対数を使用した式(6)を目的関数とすればよい。目的関数を式(6)、制約式を式(2),(3)とした問題を問題2とする。

問題2　$\max Z_3 = \sum_{s=1}^{k} w_s \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} q_{ij} \log r_{ij}(x, \theta_s) \right)$　(6)

問題2では、総所要時間の最小化により対災害信頼性の最適配分を行なう問題で使用した解法[2]を適用できる。つまり，組み合せトリーの各節点で目的関数の下限値を使用し、不要な目的関数の計算を省略し、計算の効率化をはかる方法である。ここで扱う問題は最大化問題であるから、設定するのは目的関数の上限値である。上限値を求めるために次の補助問題を導入する。

$$\min G = \sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{L^{max}-L_k} g_{kl} \, y_{kl} \qquad (7)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{L^{max}-L_k} C_{kl} y_{kl} \geqq C^{max} - C^{u} & (8) \\ y_{kl} \geqq y_{k,l+1} & (9) \\ y_{kl} = 0 \text{ or } 1 & (10) \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} k = 1, 2 \cdots m \\ l = 1, 2 \cdots L^{max} - L_k \end{array} \right.$$

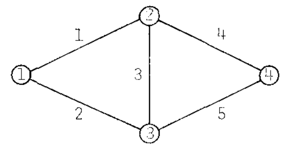
ここに、G：目的関数Z_3の減少の下限値。g_{kl}：リンクkをリンクレベル($L^{max}-l+1$)から($L^{max}-l$)に下げるときの目的関数Z_3の減少の下限値。g_{kl}：0－1変数で、リンクkをリンクレベル($L^{max}-l+1$)から($L^{max}-l$)に下げるとき$y_{kl}=1$，下げないとき$y_{kl}=0$とする。

目的関数の上限値Z_3^uは式(11)で得られる

$$Z_3^u = Z^0 - G \qquad (11)$$

ここに、Z^0：すべてのリンクを最高リンクレベルにしたときの目的関数値とする。

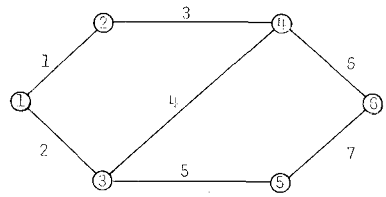
表－2は図－2のネットワークに問題2を適用したときの計算結果である。現在レベルは各リンクとも1である。災害パターンは4種類与え、最高のリンクレベルは4，すべてのリンクを最高レベルにしたときのコストは607である。



図－1　問題1の例題のネットワーク

表－1　問題1の例題の計算結果

建設費上限値	建設費	目的関数値	実行可能解数	各リンクのリンクレベル				
				1	2	3	4	5
30	29	105.98	65	1	1	0	1	1
60	58	132.02	258	2	1	1	2	1
90	89	152.26	611	1	1	1	2	3
120	119	175.44	1127	3	1	0	2	3
150	149	196.50	1686	3	1	1	3	3
180	178	213.83	2211	3	1	0	3	4
210	209	230.60	2621	4	1	0	3	4



図－2　問題2の例題のネットワーク

表－2　問題2の例題の計算結果

建設費上限値	建設費	目的関数値	実際に計算した実行可能解数	各リンクのリンクレベル						
				1	2	3	4	5	6	7
250	247	-1240.31	1251	3	3	3	1	1	4	3
300	294	-1018.60	1080	3	3	3	1	1	4	4
350	345	-834.14	580	4	3	4	1	1	4	3
400	392	-661.99	117	4	3	4	1	1	4	4
450	445	-538.89	12	4	4	4	1	1	4	4
500	496	-456.75	5	4	4	4	2	3	4	4

3．あとがき

災害に対して信頼性の高い交通ネットワークを構成するために、2種類の評価関数を提案した。それぞれ、アルゴリズムと電子計算機のためのプログラムを作成し、簡単な例題を解いたが，とくに目的関数の上限値を使用した問題2のアルゴリズムが有効であることが認められた。

参考文献

1) Jensen P.A. and M. Bellmore : An algorithm to determine the reliability of a complex system, IEEE Transaction on Reliability Vol, R-18, No. 4, November 1969.

2) 枝村俊郎，森津秀夫，土井元治 ： 対災害信頼性による交通網計画，土木学会第34回年次学術講演会講演概要集，第4部，1979.