Ⅳ-27　対災害信頼性による交通網計画

神戸大学工学部　正員　枝村俊郎
神戸大学工学部　正員　森津秀夫
片平エンジニアリング　正員○土井元治

1．はしがき

地震，風水害あるいは積雪というような大規模な自然災害がある地域を襲ったとき，なおかつその地域の交通網が健全に機能し続けることが望ましい．本研究では，一定の予算制約下で災害に対する信頼性を最大に保つように，交通網を構成する各リンクの対災害信頼性の水準を最適に配分する問題をとり扱う．

2．リンクレベル，災害強度レベルおよび災害パターンの概念の導入

リンクの対災害信頼性の水準を離散的な規格として表わすリンクレベルを設定する．そして費用はリンクレベルを高くするほど大きくなるものとする．災害の強度はある地域的分布をもつと考えられるが，ここではこれを災害パターンと呼ぶことにする．すなわち各リンクには災害パターンに応じた固有の災害強度が加わると考えるのである．また各リンクに対する災害の強度は，簡単のために離散的な災害強度レベルで表わすことにする．

3．問題の定式化

各災害パターンごとにネットワークの状態は変化する．よってこれらの総所要時間の重みづけした和を評価関数とし，建設費制約の下で最適化を行う．総所要時間を評価関数にすれば，リンクの破壊を確率的に決まるものとすると，生起確率をもつ破壊パターンが多数生じるため計算時間が膨大になる．そこで，ある災害時にはリンクが破壊するか否か，どちらかに決まるものとする．問題は次のように定式化される．

$$\min\ Z=\sum_{s=1}^{k}\left(w_s\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} g_{ij}\cdot t_{ij}(x,\theta_s)\right) \tag{1}$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{k=1}^{m} C_k(x_k)\leqq C^u \tag{2}$$

$$L_k\leqq x_k\leqq L^{max}\quad(k=1,2,\cdots,m) \tag{3}$$

ここに，w_s：災害パターンsの重み，x：検討リンクのリンクレベルを表わし，正整数で$x_k=L$のときリンクkはL以上の災害強度レベルで使用不能になるとする．θ_s：災害パターンsの各リンクに対する災害強度レベルを表わす正整数，$C_k(x_k)$：リンクkのリンクレベルをL_kからx_kにするのに必要な費用，L_k：リンクkの改良する前のリンクレベル，L^{max}：改良できる最高のリンクレベルとする．

式(1)の$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} g_{ij}\cdot t_{ij}(x,\theta_s)$はリンクレベルが$x$，災害パターンが$\theta_s$のときの各ノード間の最短所要時間$t_{ij}$にトリップ数$g_{ij}$をかけたものの和で，総所要時間になる．そしてすべての災害パターンの総所要時間の加重和がZである．式(2)は建設費制約を表わし，式(3)はリンクレベルのとり得る範囲を表わす．

4．目的関数の下限値と解法

この問題は目的関数に総所要時間を使用した従来のいわゆる最適ネットワーク問題[1)]と類似しているが，リンクレベルのとり得る値が0か1でなく多数ある点で異なる．そのため計算を効率的に行うには目的関数の下限値を使用することがより重要である．そこで目的関数の下限値を求めるために次の補助問題を導入する．

補助問題1

$$\min\ F=\sum_{k=1}^{m}\sum_{l=1}^{L^{max}-L_k} f_{kl}\cdot y_{kl} \tag{4}$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{k=1}^{m}\sum_{l=1}^{L^{max}-L_k} c_{kl}\,y_{kl}\geqq C^{max}-C^u \tag{5}$$

$$y_{kl}\geqq y_{k,l+1}\quad(k=1,2,\cdots,m,\ l=1,2,\cdots,L^{max}-L_k) \tag{6}$$

$$y_{kl}=0\ \text{or}\ 1\quad(k=1,2,\cdots,m,\ l=1,2,\cdots,L^{max}-L_k) \tag{7}$$

ここに，y_{kl}：リンクkのリンクレベルを$(L^{max}-l+1)$から$(L^{max}-l)$に下げるとき$y_{kl}=1$，下げないとき$y_{kl}=0$とする．f_{kl}：リンクkのリンクレベルを$(L^{max}-l+1)$から$(L^{max}-l)$に下げるときに，式(1)の目

的関数Ζが少なくともこれだけは増加するという値，$C^{max}=\sum_{k=1}^{m} C_k(L^{max})$，
$C_{kl}=C_k(L^{max}-l+1)-C_k(L^{max}-l)$ とする．

目的関数Fはリンクレベルを下げることによっておこる Ζ の増加の下限値の最小化である．式(5)は式(2)と同値であり，建設費制約を表わす．式(6)はリンクレベルを下げる順序に関する制約である．この補助問題1の最適解を求めるには多くの計算が必要なので，式(7)の整数制約を式(8)の実数制約に置き換え，線形計画問題にする．これを補助問題2とし，目

$$0 \leqq y_{kl} \leqq 1 \quad (k=1,2,\cdots,m,\ l=1,2,\cdots,L^{max}-L_k) \qquad (8)$$

的関数値を F′ とすれば，明らかに $F \geqq F'$ である．

ナップザック問題の整数条件をゆるめた問題に対する解法であるDantzigの解法[2]を補助問題2に適用すると，式(6)を満たさない解が得られる場合が考えられる。そこで式(6)を満たさなくなる可能性のある変数をひとつにまとめることを考える。これが次の変換操作アルゴリズムである。

① すべてのkについて，$f_{kl}/C_{kl} \geqq f_{k,l+1}/C_{k,l+1}$ を満たすlの集合 S_k を求める。もしすべてのkについて $S_k=\phi$ なら変換終了，そうでなければ②へ．

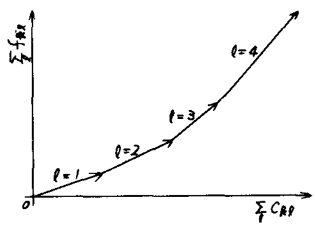
② 一度変換の終了したリンク番号の集合 $\bar{S}$ を空集合ϕとする。③へ．

③ $\bar{k}=\min\{k \mid S_k \neq \phi,\ k \notin \bar{S}\}$により，まだ変換を行っていない最小のリンク$\bar{k}$を求める．もし$\bar{k}$が存在すれば④へ，なければ①へ．

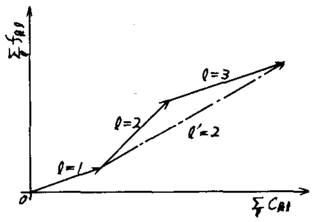
④ $\bar{l}=\min\{l \mid l \in S_{\bar{k}}\}$により$\bar{l}$を求め，この$\bar{k}$，$\bar{l}$に対して $f_{\bar{k}}' \Leftarrow f_{\bar{k}\bar{l}}+f_{\bar{k},\bar{l}+1}$，$C_{\bar{k}}' \Leftarrow C_{\bar{k}\bar{l}}+C_{\bar{k},\bar{l}+1}$ の変換を行い⑤へ．

⑤ $\bar{l}$に対し，$f_{\bar{k}\bar{l}} \Leftarrow f_{\bar{k}}'$，$C_{\bar{k}\bar{l}} \Leftarrow C_{\bar{k}}'$，$\bar{l}$より大きい$l$に対して $f_{\bar{k}l} \Leftarrow f_{\bar{k},l+1}$，$C_{\bar{k}l} \Leftarrow C_{\bar{k},l+1}$ とすることによってリンク$\bar{k}$の添字lの順序の整理を行い⑥へ．

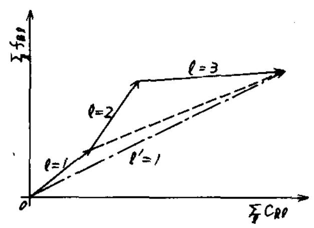
⑥ $\bar{S} \Leftarrow \bar{k}$ として③へ．



図－1　変換操作例1



図－2　変換操作例2



図－3　変換操作例3

変換操作の例を図－1～3に示す．図－1では $S_k=\phi$ で変換操作の必要はない．図－2の場合は $l=2$ と $l=3$ の間で変換を行い $l'=2$ を得る．同様にして図－3では最終的に $l'=1$ で表わされる変数を得ることになる．

補助問題2に変換操作を行って得られる問題を補助問題3とし，これにDantzigの解法を適用する．図－2，3からもわかるように，変換操作を行っても決して目的関数値が大きくなることはなく，補助問題3の目的関数値をF″とすると，$F \geqq F' \geqq F''$ が成り立つ．よって，すべてのリンクのリンクレベルをL^{max}にしたときの目的関数Ζの値を Z_0 とすれば，$Z^l=Z_0+F''$ により目的関数Ζの下限値を求めることができる。そして下限値 Z^l と補助問題3の解とを利用して分枝を行うバックトラック法を使用すれば，効率的に厳密解が求められる．

5．あとがき

本研究ではリンクレベル，災害パターンなどの概念を導入し，総所要時間の最小化を目的関数とする整数計画問題を定式化した．そして新たに変換操作アルゴリズムを開発することにより，目的関数の下限値を簡単に求め，災害に対する信頼性の高い交通ネットワークを合理的に構成するアルゴリズムを作成した。実際にプログラムをつくり，いくつかの例題を解いた結果，このアルゴリズムは有効であることがわかった。

参考文献

1) 枝村俊郎・森津秀夫：最適交通ネットワーク問題の厳密解法と近似解法，土木学会論文報告集，第262号．
2) Dantzig, G.B. : Discrete-variable extremum problems, Operations Research, vol. 5, pp 266~277, 1957.