

鳥取大学工学部 勝見 雅
鳥取大学工学部 岩成 敬介
鳥取大学大学院・酒嘉数 隆

1 まえがき

従来より杭の水平抵抗に関しては、水平力のみが作用する場合の研究が数多くなされているが、実際の杭はかなり大きな軸力を受けており、その影響は地盤の非線形的性質を考慮することによりかなり大きくなるものと予想される。著者の一人が、地盤の非線形的性質を考慮した単杭の水平抵抗に関して複合地盤反力法を適用し、塑性領域における反力分布は杭の深さ方向に深さの m 乗($m \geq 0$)に比例して増加するものとした理論式を誘導しその妥当性について述べたことがある。この場合模型実験結果から砂質性地盤において $n \approx 2$ の値であることをみいだした。そこで著者は今回上記理論式に $n=2$ を入れ、しかも軸力を考慮した杭の水平抵抗に関する理論式を誘導し、特に地盤の非線形的性質と軸力の影響をみるために数値計算を行なったのでそれらの結果を報告する。

2 理論式の誘導

杭の周辺地盤は荷重の増大にともなって地表面から次第に降伏状態に達するものと考えて、図-1に示すように、杭頭固定、しかも地上に突出していない単杭の杭頭に水平力 H と軸力 N が作用する場合について考える。地盤反力の分布は図-2に示すごとく、塑性域、弾性域においてそれぞれ、 $b p_1 x_1^2$, $b k y_2$ として与え、軸力 N を杭頭から杭先端まで一定とし、横方向地盤反力係数 k も一定であるとすれば、面域における杭の挙動に関する基礎方程式は、 EI : 杭の曲げ剛性、 b : 杭の作用幅、 p_1 : 降伏地盤反力係数としてそれぞれ次式で示される。

$$\text{塑性域 } (x \leq x_p) : EI \frac{d^4 y_1}{dx^4} + N \frac{d^2 y_1}{dx^2} + b p_1 x_1^2 = 0 \quad (1)$$

$$\text{弾性域 } (x > x_p) : EI \frac{d^4 y_2}{dx^4} + N \frac{d^2 y_2}{dx^2} + b k y_2 = 0 \quad (2)$$

無限長の杭に対して式(1), (2)の一般解を求めると、それぞれに対して次の様な式(3), (4)が得られる。

$$y_1 = C_1 + C_2 x_1 + C_3 \cos A x_1 + C_4 \sin A x_1 - \frac{b p_1}{12N} x_1^3 + \frac{EI b p_1}{N^3} x_1^5 \quad (3)$$

$$y_2 = e^{-\alpha x_2} (C_5 \cos r x_2 + C_6 \sin r x_2) \quad (4)$$

式(3), (4)において、 $A = \sqrt{N/EI}$, $\alpha = \sqrt{\beta^2 - (N/4EI)}$, $r = \sqrt{\beta^2 + (N/4EI)}$, $\beta = \sqrt[4]{b k / 4EI}$ ($C_1 \sim C_6$ は積分定数であり、杭頭($x_1=0$)における境界条件と弾塑性両域の境界($x_1=x_p$, $x_2=0$)における接続条件から次式が書ける。

$$(y_1')_{x_1=0} = 0, \quad (y_1'')_{x_1=0} + \frac{N}{EI} (y_1)_{x_1=0} = \frac{H}{EI} \quad (5)$$

$$(y_1)_{x_p=x_p} = (y_2)_{x_2=0}, \quad (y_1')_{x_1=x_p} = (y_2')_{x_2=0}, \quad (y_1'')_{x_1=x_p} = (y_2'')_{x_2=0}, \quad (y_1''')_{x_1=x_p} = (y_2''')_{x_2=0} \quad (6)$$

そこで、式(3), (4)を式(5), (6)のもとに解けば、積分定数 $C_1 \sim C_6$ は次の様に定まる。

$$C_1 = Y_0 + \frac{1}{\Delta A} \{ [(A^2 - 2\beta^2)A^2 - 4\beta^4] \bar{X} + 2\alpha A^2 \bar{Z} \} Y_0' + \{ (-4\alpha\beta^2 \bar{X} + 2\beta^4) Y_0'' + \{ (A^2 - 2\beta^2) \bar{X} + 2\alpha A \bar{Z} \} Y_0''' \}$$

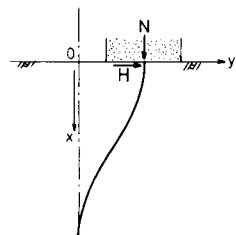


図-1 杭頭に水平力 H と軸力 N を受ける杭頭固定の単杭

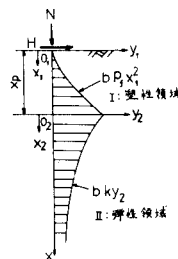


図-2 弾、塑性域と地盤反力

$$C_2 = \frac{H}{AEI}, \quad C_3 = \frac{2\beta^2}{\Delta A} (2\beta^2 Y_0' + 2\alpha Y_0'' + Y_0'''), \quad C_4 = -\frac{H}{AEI}$$

$$C_5 = -\frac{1}{\Delta} [A(2\beta^2 - \alpha^2) \bar{X} - 2\alpha A \bar{Z}] Y_0' - 2\beta^2 \bar{Z} Y_0'' - (A \bar{X} + 2\alpha \bar{Z}) Y_0''' \quad (7)$$

$$C_6 = -\frac{1}{\Delta} [A(-\alpha(2\beta^2 + \alpha^2) \bar{X} + \frac{\alpha^2}{2} \bar{Z}) Y_0' + 2\alpha \beta^2 \bar{Z} Y_0'' - (\alpha A \bar{X} - \frac{\alpha^2}{2} \bar{Z}) Y_0''']$$

式(7)において

$$\Delta = 2\beta^2 \{-2\alpha A \bar{X} + (A^2 - 2\beta^2) \bar{Z}\} \quad (\Delta = 0: \text{座屈条件式})$$

$$Y_0 = \frac{b\beta}{12N} x_p^3 - \frac{EIb\beta}{N^2} x_p^2 - \frac{H}{AEI} x_p + \frac{H}{AEI} \bar{Z}, \quad Y_0' = \frac{b\beta}{3N} x_p^2 - \frac{2EIb\beta}{N^2} x_p - \frac{H}{AEI} + \frac{H}{AEI} \bar{X} \quad (8)$$

$$Y_0'' = \frac{b\beta}{N} x_p - \frac{2EIb\beta}{N^2} - \frac{H}{AEI} \bar{Z}, \quad Y_0''' = \frac{2b\beta}{N} x_p - \frac{H}{EI} \bar{X}, \quad \bar{X} = \cos \alpha x_p, \quad \bar{Z} = \sin \alpha x_p$$

である。また、両端における曲げモーメント M_1, M_2 は、 $M_1 = -EI(Y_1''), M_2 = -EI(Y_2'')$ の関係より次式で与えられる。

$$M_1 = N(C_3 \cos \alpha x_1 + C_4 \sin \alpha x_1) + \frac{b\beta}{A^2} (x_1^2 - \frac{2}{A^2}) \quad (9)$$

$$M_2 = -EIE^{-\alpha x_2} \left\{ \left(-\frac{A^2}{2} C_5 - 2\alpha r C_6 \right) \cos r x_2 + \left(2\alpha r C_5 - \frac{A^2}{2} C_6 \right) \sin r x_2 \right\} \quad (10)$$

なお、塑性域の深さ x_p は $\beta x_p^2/r = (y_1)_{x_1=x_p}$ 、あるいは $\beta x_p^2/r = (y_2)_{x_2=0}$ の関係より次式を満足する解として与えられる。

$$\frac{\beta}{r} x_p^2 - C_5 = 0 \quad (11)$$

3 計算結果とその考察

軸力の水平抵抗におよぼす影響をみるために、式(9) (10)と地盤を完全弾性体と考える弾性理論式の両式を用いて曲げモーメントの数値計算を行なった。計算で対象とした杭は、昨年著者らが行った模型実験を参考にして、興行幅が1cm、作用幅 $b=3$ cm、弾性係数 $E=30000 \text{ kg/cm}^2$ であり、地盤定数としては式(9), (10)

に対し、降伏地盤反力係数 $\beta_1=20/5 \text{ kg/cm}^2$ 、横方向地盤反力係数 $\beta_2=5 \text{ kg/cm}^2$ の値をそれぞれ採用した。図-3は水平力 $H=12 \text{ kg}$ における杭に生ずる曲げモーメント M の深さ方向における計算結果を図示したものである。同図から明らかなように、地盤の非線形的性質を考慮したものはしないものに比べ、軸力が曲げモーメントに大きな影響を与えていることがわかる。

現在、図-4に示すように、地表面で水平力 H_2 を作用させるほかに、杭頭部に H_2 とは逆向きに水平力 H_1 を作用させることにより、 H_2 によって生ずるたわみ角を0近くに拘束することによって、杭頭固定の条件を満足させる模型実験を計画中である。これらの結果については講演時に述べる。

〇勝見雅：地盤の非線形的性質を考慮した単杭の水平抵抗に関する研究、

土木学会論文報告集、No223、昭49.3、pp39~49

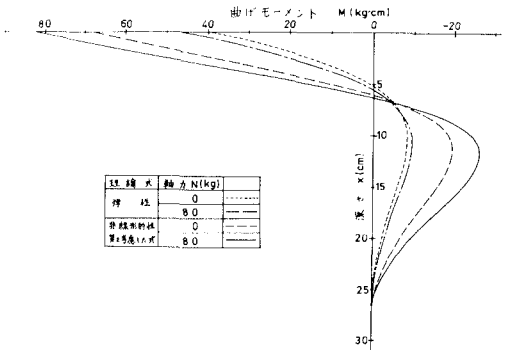


図-3 曲げモーメントの計算結果の1例 ($H=12 \text{ kg}$)

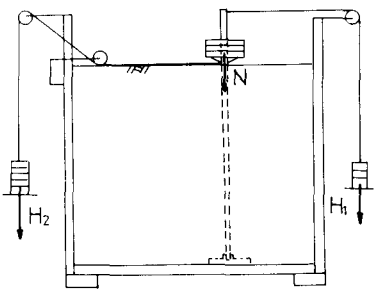


図-4 模型実験装置の概略図