

榎 精 研 東京支店 正員 ○戸部 暢
同 上 秋元 政

1. まえがき

地盤中に、人工的に凍土を造成する地盤凍結工法においては、土の凍結膨張によって、周囲地盤の応力が増加し、その結果、膨張量の大部分は、地山を上方に押し上げて、地表面に特有の隆起を起させるが、この現象を、ここでは凍上と呼ぶことにする。この凍上現象による地表面の凍上変位を予測することは、凍結工法の施工上重要な問題であるにも係わらず、この方面の研究は皆無に等しく、筆者等は、その必要性を痛感して、以前「凍上変位計算法」⁽¹⁾を發表した。然しながら、この論文は、凍上現象を二次元の問題として取扱ったものであって、実施工に適用する場合を考えると、純粹の二次元問題とみなせるものは少なく、三次元として考えた方が妥当な場合が多い。そこで筆者等は、上記論文の方法を拡張して、三次元の場合の計算法を開発した。本論文は、この計算法を紹介したものである。

2. 計算における仮定条件

- (1) 解析は、三次元の問題として扱う。
- (2) 地盤は、等方均質で微細な部分より構成され、地中の微小部分が凍結膨張した場合の地表面の隆起の形状は、地表面に対して垂直な、その軸線に関して対称形であり、その軸線を含む断面の隆起曲線（以下凍上曲線と呼ぶ）は、Gauss の誤差曲線で表示することが出来る。
- (3) 地中に生じた凍結膨張量は、周囲地盤の性状や、圧密現象の影響をうけず、全量が地表面に伝達される。従って、地表面の隆起容積は、凍土の凍結膨張量に等しい。
- (4) 任意形状の地中の凍土塊の凍結膨張による地表面の凍上変位は、微小部分による凍上変位を、凍土塊の内部全域に亘って集計したもので表わすことが出来る。

3. 微小凍土による凍上変位

地表面の位置を x, y 座標で表わし、これに対して、垂直方向の距離を z 座標で表わす。図-1 に示す様に、微小凍土 ($dh \times d\xi \times d\lambda$) が地表面 ($x+\xi, y+\lambda$) の座標位置の直下 (h) にある場合を考えて、この微小凍土の凍結膨張による地表面 ($0, x, y$) の凍上変位を、

$$(dh \cdot d\xi \cdot d\lambda) f(h, x+\xi, y+\lambda, -\xi, -\lambda)$$

で表わすと、仮定条件(2)により、下式が成立する。

$$\begin{aligned} & (dh \cdot d\xi \cdot d\lambda) f(h, x+\xi, y+\lambda, -\xi, -\lambda) \\ &= \frac{c}{(ah)^2} \cdot e^{-\left(\frac{r}{ah}\right)^2} (dh \cdot d\xi \cdot d\lambda) \\ &= \frac{c}{(ah)^2} \cdot e^{-\left(\frac{\xi}{ah}\right)^2} \cdot e^{-\left(\frac{\lambda}{ah}\right)^2} (dh \cdot d\xi \cdot d\lambda) \quad \dots\dots(3-1) \end{aligned}$$

ここに、 a, c は定数である。

γ を地盤の凍結膨張率とすると、仮定条件(3)及び (3-1) 式より、次式が成立する。

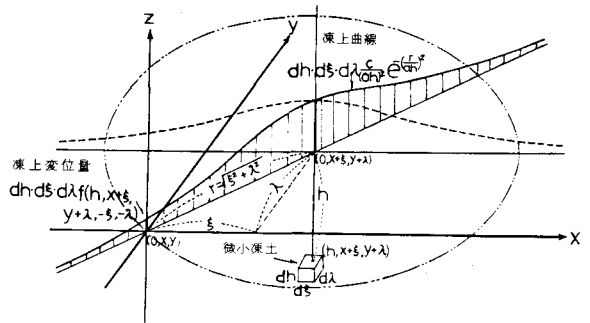


図-1

$$\begin{aligned} \eta &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(h, x+\xi, y+\lambda, -\xi, -\lambda) d\xi \cdot d\lambda \\ &= c \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{\xi}{ah}\right)^2} d\left(\frac{\xi}{ah}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{\lambda}{ah}\right)^2} d\left(\frac{\lambda}{ah}\right) = c\pi \\ &\left(\because \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi = \operatorname{erf}(x), \operatorname{erf}(-x) = -\operatorname{erf}(x), \operatorname{erf}(\infty) = 1 \right) \\ \therefore c &= \frac{\eta}{\pi} \end{aligned} \quad \dots\dots (3-2)$$

このCの値を(3-1)式に代入すると、

$$(dh \cdot d\xi \cdot d\lambda) f(h, x+\xi, y+\lambda, -\xi, -\lambda) = \frac{\eta}{\pi(ah)^2} \cdot e^{-\left(\frac{\xi}{ah}\right)^2} \cdot e^{-\left(\frac{\lambda}{ah}\right)^2} (dh \cdot d\xi \cdot d\lambda) \quad \dots\dots (3-3)$$

となるが、この(3-3)式で、地中の微小凍土による地表面の凍上変位量を計算することが出来る。

4. 長方形の凍土の凍上変位

(1) 凍土の厚みの薄い場合

今、図-2に示す様に、厚み d の板状凍土が、地表面下 h に、図示の様に場合を考える。計算の便宜上、 h は下向きを正にとるものとする。地表面の凍上変位を、 $F(x, y)$ で表わすと、 $F(x, y)$ は(3-3)式と仮定条件(4)により下式で求められる。

$$\begin{aligned} F(x, y) &= \int_{-\omega/y}^{\omega/y} \int_{-l/x}^{l/x} \frac{\eta}{\pi} \cdot \frac{dh}{(ah)^2} \cdot e^{-\left(\frac{\xi}{ah}\right)^2} \cdot e^{-\left(\frac{\lambda}{ah}\right)^2} \cdot d\xi \cdot d\lambda \\ &= dh \cdot \frac{\eta}{\pi} \left\{ \int_{-l/x}^{l/x} e^{-\left(\frac{\xi}{ah}\right)^2} \cdot d\left(\frac{\xi}{ah}\right) \right\} \left\{ \int_{-\omega/y}^{\omega/y} e^{-\left(\frac{\lambda}{ah}\right)^2} \cdot d\left(\frac{\lambda}{ah}\right) \right\} \\ &= dh \cdot \frac{\eta}{4} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{l+x}{ah}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{l-x}{ah}\right) \right] \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\omega+y}{ah}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\omega-y}{ah}\right) \right] \end{aligned} \quad \dots\dots (4-1)$$

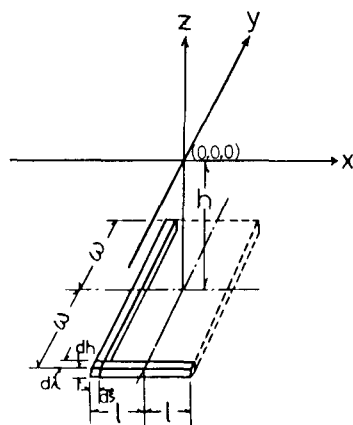


図-2

(2) 凍土の厚みのある場合

図-2の板状凍土の厚みが、 $(h_2 - h_1)$ の箱型の凍土を考える。この場合の凍上変位 $G(x, y)$ は、(4-1)式の $F(x, y)$ を $h_1 \rightarrow h_2$ 迄積分することによって求めることが出来る。

$$G(x, y) = \int_{h_1}^{h_2} F(x, y) = \frac{\eta}{4} \int_{h_1}^{h_2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{l+x}{ah}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{l-x}{ah}\right) \right] \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\omega+y}{ah}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\omega-y}{ah}\right) \right] dh \quad \dots\dots (4-3)$$

(4-3)式の積分は、数値積分によって計算する。尚(4-1)又は、(4-3)式で、 $\omega \rightarrow \infty$ とすると、二次元の問題となり、前掲論文⁽¹⁾中の②又は④式にそれぞれ一致する。又三次元の場合の定数 a と土の内部摩擦角 ϕ との関係を考えてみると、論文⁽¹⁾中の思考実験を試みることにより、二次元の場合と全く同様の関係式を誘導することが出来る。すなわち、近似的に、下記の関係が成立する。

$$a = \tan(45^\circ + \frac{\phi}{2})$$

5. あとがき

本論文は、三次元問題でも長方形凍土に限って、その計算法を述べたものであるが、凍土の形状が、円板又は、円環、或いは円管状の場合も、同様の解析方法によって、その計算式を誘導することが出来る。

(参考論文)

(1) 高志、戸部「凍上変位計算法」昭和45年度、第25回土木学会年次学術講演会、Ⅲ-114