

$[E_i(\theta)] = E_i(\theta) [D]$, $\{n_i(\theta)\} = \eta_i(\theta) [D]$ は弾性係数マトリックス $[D]$ からヤング係数を抜いてポアソン比 ν のみで表されるマトリックス, 潜在変数 $\{h_i\}$ も 6 成分持つものとし $\{h_i\} = \{h_{xi}, h_{yi}, h_{zi}, h_{xyi}, h_{yzi}, h_{zxi}\}^T$ とする。

$$\text{式(4), (5)を時間で微分すると } \{\dot{\epsilon}\} = \frac{\partial}{\partial t} [E_i(\theta)] \dot{\{h\}} + [E_i(\theta)] \{\dot{\epsilon}\} \quad \dots (6) \quad \{\dot{\sigma}\} = \frac{\partial}{\partial t} [\eta_i(\theta)] \dot{\{h\}} + [\eta_i(\theta)] \{\ddot{\epsilon}\} \quad \dots (7)$$

となる。図-2 に示す一般化レオロジーモデルの応力-ひずみ関係は各節点のつり合い関係より式(8)のように表される。式(8)をひずみ $\{\epsilon\}$ と潜在変数 $\{\dot{h}\}$ に分離して式(9)のように書き表す。式(9)の $\{\dot{\epsilon}\}, \{\dot{h}\}$ を時間増分内で一定として式(10)のように近似する。ここに、 $\Delta t_m = t_{m+1} - t_m$ であり、 $\{\dot{\epsilon}\}, \{\dot{h}\}^{m+1}$ と $\{\dot{\epsilon}\}, \{\dot{h}\}^m$ は時間 t_{m+1}, t_m での値である。式(9)に式(10)を代入して、 $\{\dot{\sigma}\}^{m+1}, \{\dot{h}_i\}^{m+1}$ は式(11), (12)のように各時間において温度の関数となっている増分形の解式を得ることができる。なお、式(11), (12)を簡単にして式(13), (14)と書くこととする。

4. 有限要素解式の定式化 式(13)に仮想仕事の原理を適用すれば、時間の一階微分形で表された要素平衡方程式を次のように導くことができる。

$$[\mathbf{K}(\theta)] \{u\}^{m+1} = \{\mathbf{f}_F\}^{m+1} + \{\mathbf{f}_P\}^m + \{\mathbf{f}_T\}^{m+1} + \{\mathbf{f}_R\}^{m+1} \dots (15)$$

ここで、 $[\mathbf{K}(\theta)]$ は剛性マトリックス、 $\{\mathbf{f}_F\}^{m+1}$ は一般外力ベクトル、 $\{\mathbf{f}_P\}^m$ は修正荷重ベクトル、 $\{\mathbf{f}_T\}^{m+1}$ は温度荷重ベクトル、 $\{\mathbf{f}_R\}^{m+1}$ は凍結膨張荷重ベクトルであり、 $[\mathbf{K}(\theta)] = \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV$, $\{\mathbf{f}_P\}^m = \int_V [\mathbf{B}]^T \{\sigma\}^m dV$, $\{\mathbf{f}_T\}^{m+1} = \int_V [\mathbf{B}]^T \{\theta\}^{m+1} dV$, $\{\mathbf{f}_R\}^{m+1} = \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV$ と表される。剛性マトリックス $[\mathbf{K}(\theta)]$ は各時間ステップで与えられる温度の関数となる。実際に解を得るには式(15)を全要素について重ね合わせて得られる多元連立一次元方程式を各時間増分ごとに解くことになる。

時間 t_{m+1} における変位 $\{u\}^{m+1}$ 、応力 $\{\sigma\}^{m+1}$ は $\{u\}^{m+1} = \{u\}^m + \Delta t \{\dot{u}\}^{m+1}$,

$$\{\sigma\}^{m+1} = \{\sigma\}^m + \Delta t [\mathbf{D}] (\{\dot{\epsilon}\}^{m+1} - \{\dot{\epsilon}\}^m - \{\dot{\epsilon}\}^{m+1})$$

5. 実測値と解析結果の比較 図-3 に実験概要図、表-1 に材料定数一覧表を示す。図-4, 5 に変位と增加応力について実測値と比較した結果を示す。両者は比較的良く一致している。

6. あとがき 以上の結果より本解析手法で凍結膨張挙動がほぼ説明できると考えられる。今後はさらに応力依存性などを考慮して実際問題により近づけて行きたいと考えている。最後に本研究を行うにあたり貴重な御指導を賜った中央大学助教授川原睦人先生に記して感謝の意を表します。

<参考文献>

1) 高志・生頼・山本：一次元定速度凍結における凍結面前方の間隙水圧と脱水圧
密、雪水、39巻2号（昭和52年6月）

2) 堀井・川原：有限要素法による粘弾性解析法、土木学会論文報告集、179号
(1970年7月)

土質	東上定数	力 等 定 数	
		未凍結土	凍結土
D_{SI}	$3_0 = 2 \times 10^{-4}$	$\nu = 0.333$	$\nu = 0.45$
	$G_0 = 0.19 \text{ (t/m}^3\text{)}$	$E = 2.500 \text{ (t/m}^2\text{)}$	$E_1 = 454.70(U-U_0)^{0.7}(t/\text{m}^2)$ $E_2 = 663.40(U-U_0)^{0.6}(t/\text{m}^2)$ $E_3 = 33.700(U-U_0)^{0.4}(t/\text{m}^2)$ $E_4 = 123.0(t-U)^{0.2}(t/\text{m}^2)$
	$U_0 = 0.001085 \text{ (t/h)}$	$\gamma = 1.0$	$\gamma_1 = 1.0$
	$W_f = 0.159$	$\gamma_2 = 0.9$	$\gamma_2 = 0.8$
	$F = 0.09$	$\gamma_3 = 0.8$	$\gamma_3 = 0.7$
D_{SI}	$m_U = 8.97 \cdot 10^{-6} \text{ (m}^2/\text{t}\text{)}$	$Z_0 = 9.99900(U-U_0)^{0.4}(t/\text{m}^2)$	$Z_1 = 1.0$

表-1 材料定数

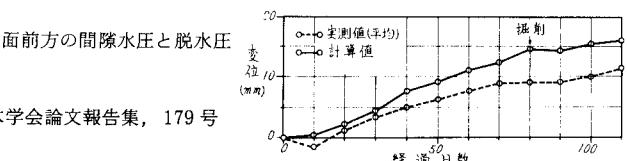


図-3 実験概要図

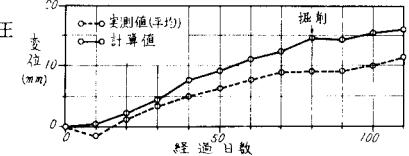


図-4 地中変位の経時変化 ($r = 5.6\text{m}$)

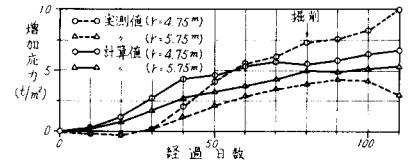


図-5 増加応力の経時変化